

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ НАКОПЛЕНИЯ ТОМОГРАФИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПРИ ЕЕ РЕШЕНИИ МЕТОДОМ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Месхия В.Ш., Аманаташвили Я.Т., Сакварелидзе Е.А.

Центр сейсмического мониторинга, 0177, Тбилиси, ул. Нуцубидзе, 77, E-mail: smc@seismo.ge

Сейсмическая томография представляет собой достаточно усовершенствованный математический инструмент для изучения и уточнения строения Земли. Одним из ключевых этапов, при решении обратных задач сейсмологии, является вопрос сбора, накопления и решения томографических систем. Данная статья посвящается решению именно этого вопроса. Для этого, рассматриваемый регион разбиваем на блоки, которые представляют собой параллелепипеды, не обязательно прямоугольные. Не ограничивая общности, полагаем, что весь регион состоит из трех слоев, каждый из которых содержит сто элементарных параллелепипедов, десять по горизонтали и десять по вертикали т.е. всего триста блоков. Введем двойную индексацию. Блок (i, j, k) означает, что этот блок находится в i -том слое (первый слой самый верхний), его номер по горизонтали j и номер по вертикали k . С другой стороны, проведем сплошную нумерацию блоков от 1 до 300, формула перехода от одной нумерации к другой следующая: $n = (i - 1) * 100 + (j - 1) * 10 + k$, где n обозначает сплошной номер. Например: блок (2,5,7) имеет порядковый номер $(2-1) * 100 + (5-1) * 10 + 7 = 147$ и, наоборот блок с номером 268 имеет координаты (3,7,8). Следует заметить, что если бы число разбиений по горизонтали было бы p , а по вертикали q , то $n = (i - 1) * p * q + (j - 1) * p + k$, то обратный переход осуществляется по следующим формулам:

$$i = \left[\frac{n}{p * q} \right] + 1, \quad j = \left[\frac{n - (i - 1) * p}{p} \right] + 1, \quad k = n - (i - 1) * p * q - (j - 1) * p,$$

где квадратные скобки от числа обозначают целую часть этого числа.

Обозначим через $a_{ик}$ длину траектории луча в блоке с координатами (i, j, k) , а через b_n эту же величину в том же блоке при сплошной нумерации, тогда, для описания первой волны, с одной стороны, имеем набор траекторий лучей, описываемый трехмерной матрицей $A = \{a_{ик}\}$, где $i=1...3$, $j=1...10$, $k=1...10$, и с другой стороны, матрицей строкой $b_i = (b_1, b_2, \dots, b_{300})$.

Пусть m -волн зафиксированы для данного региона, тогда томографическая система уравнений будет иметь вид:

$$BX = T \quad (1)$$

где $B = \begin{pmatrix} b_{11} b_{12} \dots b_{1300} \\ b_{21} b_{22} \dots b_{2300} \\ \dots \\ b_{m1} b_{m2} \dots b_{m300} \end{pmatrix}$, $a \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_{300} \end{pmatrix}$ матрица столбец, состоящая из приращений k

замедленностям (величинам обратным к скоростям) в соответствующих блоках и $T = \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ \dots \\ t_m \end{pmatrix}$

невязки времен прихода волн на соответствующие станции. Система линейных алгебраических уравнений (1) переопределена, т. к. количество уравнений значительно больше количества неизвестных, следовательно, вообще говоря может не иметь единственного решения, поэтому будем искать решение наиболее удовлетворяющее системе (1), т. е. методом наименьших квадратов (МНК). Как известно, в этом случае вместо системы (1) решается система:

$$B^T B X = B^T T \quad (2)$$

где B^T обозначает транспонированную матрицу к B . Матрица системы (2) - $B^T B$ является квадратной и симметричной. По мере возникновения новых землетрясений, число уравнений в системе (1) увеличивается, и, следовательно, меняется система (2). Мы предлагаем метод, который позволяет, используя систему (2), непосредственно получить новую систему без учета всей системы (1).

Действительно, пусть поступило новое вступление волны, т. е. к системе (1) прибавится новое уравнение:

$$b_{m+11}x_1 + b_{m+12}x_2 + \dots + b_{m+1300}x_{300} = t_{m+1}$$

что означает, что вместо системы (1) имеем следующую:

$$\begin{pmatrix} B \\ \bar{B} \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} T \\ t_{m+1} \end{pmatrix} \quad (3)$$

ёгде $\bar{B} = (b_{m+11} b_{m+12} \dots b_{m+1300})$ - матрица строка. Применяя к этой системе метод наименьших

квадратов, получаем систему:

$$\begin{pmatrix} B \\ \bar{B} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} B \\ \bar{B} \end{pmatrix} * X = \begin{pmatrix} B \\ \bar{B} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} T \\ t_{m+1} \end{pmatrix} \quad \text{или} \quad (B^T \bar{B}^T) * X = (B^T \bar{B}^T) * \begin{pmatrix} T \\ t_{m+1} \end{pmatrix} \quad \text{и, окончательно}$$

$(B^T B + \bar{B}^T \bar{B}) * X = B^T T + \bar{B}^T t_{m+1}$, что показывает, что к элементам матрицы $B^T B$ прибавляются элементы, зависящие только от элементов матрицы \bar{B} , а именно:

$$\bar{B}^T \bar{B} = \begin{pmatrix} b_{m+11}^2 & b_{m+11}b_{m+12} & b_{m+11}b_{m+13} & \dots & b_{m+11}b_{m+1300} \\ b_{m+12}b_{m+11} & b_{m+12}^2 & b_{m+12}b_{m+13} & \dots & b_{m+12}b_{m+1300} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m+1300}b_{m+11} & b_{m+1300}b_{m+12} & b_{m+1300}b_{m+13} & \dots & b_{m+1300}^2 \end{pmatrix} \quad \text{и к правым частям}$$

прибавляются величины, не зависящие от элементов матрицы системы (2), действительно:

$$\bar{B}^T t_{m+1} = \begin{pmatrix} b_{m+11}t_{m+1} \\ b_{m+12}t_{m+1} \\ \dots \\ b_{m+1300}t_{m+1} \end{pmatrix}$$

Эта методика была апробирована на некоторых модельных и практических задачах, результаты которых мы приводим ниже.

Нам заранее не известны скорости распределения волн в узловых точках заданной сетки. Нам известны лишь расположение источников и приемников и соответствующие времена пробега луча по пути «источник-приемник». Задача состоит в нахождении такого распределения скоростей в узлах сетки, которое наилучшим образом удовлетворяет данную кинематическую картину распределения времен пробега.

Данная задача была решена вначале, для некоторых модельных задач с различными неоднородностями, где символы \ast являются источниками, а \blacktriangle приемниками. Для томографических реконструкций была применена следующая методология:

Для заданного распределения скоростей в исследуемой области и заданных положений источник-приемник были рассчитаны все лучевые траектории с минимальными временами пробега.

Затем проводилось прямолинейное томографическое обращение, позволившее из данных о временах пробега вновь получить распределение скоростей, которое можно сравнить первоначально заданным.

Схема расположения источник-приемник показана на рис.1 и рис.2 каждая из 400 пар источник-приемник соединена прямой линией. Два примера реконструкций, сделанных с использованием синтетических данных, приведены в таб.1 и таб.2. Исходное значение скоростей в блоках предполагалось 5км/с. Затем были введены низкоскоростные полосы, изображающие неоднородности и имеющие скорости 4,5км/с.

Разумеется, полученные реконструкции несовершенны, так как не учтена кривизна лучей, а на практике, обычно, недостаточно полное покрытие области лучами ведет к некоторому ухудшению разрешающей способности. Отметим, что несколько выделенных областей со скоростями более 5км/с – это типичные артефакты, связанные с пренебрежением кривизной лучей. Поэтому, некоторые низкоскоростные зоны картируются не очень отчетливо. Тем не менее основные особенности успешно восстанавливаются.

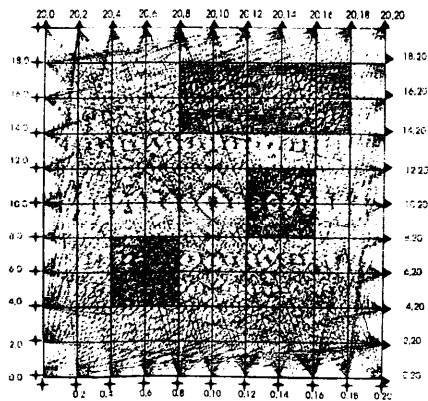


Рис.1

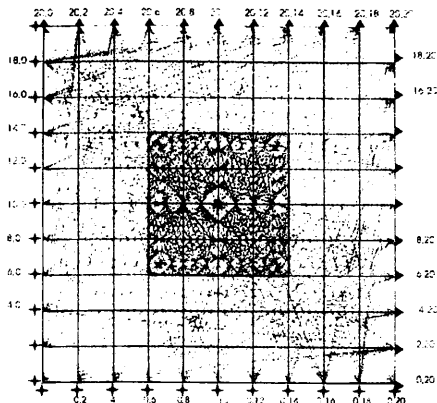


Рис.2

В качестве неоднородностей была заложена низкоскоростная область (тёмный фон) табл.1

Табл. 1

5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0
5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0
5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0
5.0	5.0	5.0	4.5	4.5	4.5	4.5	5.0	5.0	5.0
5.0	5.0	5.0	4.5	4.5	4.5	4.5	5.0	5.0	5.0
5.0	5.0	5.0	4.5	4.5	4.5	4.5	5.0	5.0	5.0
5.0	5.0	5.0	4.5	4.5	4.5	4.5	5.0	5.0	5.0
5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0
5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0
5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0

Решая прямую задачу, мы рассчитали времена пробега для всех комбинаций источник-приемник. Приняв полученную кинематическую картину(распределение времён пробега волн) за исходную информацию, была решена обратная задача сейсмической томографии - восстановление исходных скоростей волн. Анализ полученных результатов показывает, что скорости восстановлены довольно с большой точностью табл.2.

Табл. 2

5.1	5.0	5.0	5.1	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0
4.9	4.9	5.1	4.9	4.9	4.9	4.9	4.9	4.9	4.9
5.0	5.1	5.0	5.0	5.1	5.1	5.1	5.1	5.0	5.0
5.0	5.0	5.0	4.5	4.5	4.5	4.5	5.0	5.0	5.0
5.0	5.0	5.0	4.5	4.5	4.5	4.5	5.0	5.0	5.0
5.0	5.0	5.0	4.5	4.5	4.5	4.5	5.0	5.0	5.0
5.0	5.0	5.0	4.5	4.5	4.5	4.5	5.0	5.0	5.0
5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0
5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0
5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0

Имея в виду, что шаг разбиения 2км., и в перспективе можно рассмотреть более детальную параметризацию среды, можно заключить, что рассмотренный алгоритм и компьютерная программа могут быть применены для решения широкого круга практических задач геологии. Она может быть

полезна для практиков геологов при поиске полезных ископаемых, а также для мониторинга геологической среды оснований крупных гидротехнических сооружений.

Рассматриваемый алгоритм и научно-методический пакет программ были использованы для изучения и мониторинга крупного гидроэнергетического сооружения Ингури-ГЭС.

Нами были произведены экспериментальные сейсмические наблюдения для массива скального основания арочной плотины Ингури-ГЭС. Источники и приемники были расположены во втором горизонте правого берега реки Ингури.

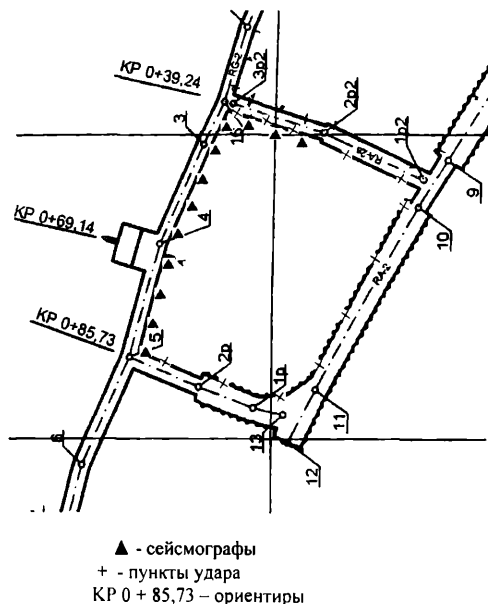


Рис.5 Система мониторинга сейсмических наблюдений на участке штольн RA-2 и RG-2

Геофизические исследования массива пород на Ингурской плотине выполнялись по методу многоточечного сейсмического просвечивания целиков между различными горными выработками в основании сооружения. Возбуждение упругих волн производилось ударами 12кг. молота. Пункты удара находились на расстоянии 10м., а пункты удара были расположены на расстоянии 5м.

Учитывая недостаточно полное покрытие исследуемой области лучами, были получены достаточно удовлетворительные результаты.

Литература

1. Nolet G 1987, Seismic tomography. With applications in global seismology and exploration geophysics, Edited by Guust Nolet, Department of theoretical geophysics, Utrecht University, The Netherlands.
2. Dziewonski A.M., Hanger B.H. and O'Connel R.J., 1977, Large-scale heterogeneities in the lower mantle J. Geophys. Res., 82, 239-255.
3. Aki K., Christoffersen A. and Husebye E. S., 1977, Determination of the three-dimensional seismic structure of the lithosphere, J. Geophys. Res., 82, 277-296.
4. Aki K., Lee W.H.K., 1976, Determination of the three-dimensional velocity anomalies under a seismic array using first P-arrivals from local earthquakes. 1. A homogeneous initial model. J. Geophys. Res., 81, 3481-4399.
5. Amanatashvili I. T., Meskhia V, Sh., etc., 2005. Determination 2D modeling problem of seismic

tomography< ISSN 1512-1127, Journal of the Georgian geophysical society, Issue A. Physics of solid Earth, pp.83-86, VOL.,10A.

6. Хелгасон С. Преобразование Радона. -М: Мир, 1983. С. - 152.

7. Савич А.И., Гигиберия М.Г. и др., Геофизический мониторинг основания арочной плотины Ингури ГЭС. Гидро-техническое строительство. 11, 2005.

9. Месхия В.Ш., Аманаташвили Я.Т., Мумладзе Т.М. О применимости одного метода моделирования траектории луча в 3-D сейсмической томографии// Информационные технологии моделирования и управления. Воронеж, 4(47), 2008. - С. 398-404.

10. Месхия В.Ш., Аманаташвили Я.Т., Гигиберия М.Г., Кобулашвили Д.Д., Гиоргашвили Г. Б. Применение методов сейсмической томографии для изучения и мониторинга крупных гидротехнических сооружений// Информационные технологии моделирования и управления Воронеж, 4(47), 2008 . С. 468-475.

ტომოგრაფიულ განტოლებათა სისტემის დაგროვების ერთი ხერხის შესახებ უმცირეს კვადრატთა მეთოდის გამოყენების დროს

მესხია ვ. შ., ამანათაშვილი ი. ტ., საყვარელიძე ე. ა.

რეზიუმე

სტატიის მიზანია, ავტორების მიერ შემოთავაზებულია ტომოგრაფიულ განტოლებათა სისტემის ავტომატური დაგროვების ერთერთი ხერხი, სეისმიკის შებრუნებული ამოცანების ამოხსნისას უმცირეს კვადრატთა მეთოდის გამოყენებით. მეთოდიკა გამოყენებული იქნა ზოგირთი მოდელური ამოცანის და ენგურის თაღოვანი კაშხალის მარცხენა სანაპიროს მეორე ჰორიზონტისათვის.

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ НАКОПЛЕНИЯ ТОМОГРАФИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПРИ ЕЕ РЕШЕНИИ МЕТОДОМ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Месхия В.Ш. , Аманаташвили Я.Т. , Сакварелидзе Е.А.

Реферат

В статье предлагается способ автоматического накопления томографической системы уравнений с использованием метода наименьших квадратов при решении обратных задач сейсмологии. Метод опробован на некоторых модельных задачах и для второго горизонта правого берега арочной плотины Энгури ГЭС.

ABOUT ONE METHOD TO FULL FILL TOMOGRAPHIC SYSTEM FOR SOLVING IT BY THE LEAST SQUARE METHOD

Meskhia V. Sh., Amanatashvili I.T., Sakvarelidze E.A.

Abstract

The technique of automatic accumulation tomographic systems of the equations by help of method of the least squares is offered during the solving of inverse problems of seismicity. The method is tested on some modeling problems and for the second horizon of the right coast of arch dam Enguri hydroelectric power station.