

МОДЕЛЬ НЕОДНОРОДНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ ВЕРТИКАЛЬНОГО ЭЛЕКТРОПРОВОДЯЩЕГО ПЛАСТА

¹Хантадзе А.Г., ¹Кереселидзе З.А., ¹Геладзе Г.Г., ²Габисония И.А.

¹Институт геофизики им. М.З.Нодиа- www.qqs.org.ge

²Сухумский гос. университет-www.sou.ge

Известно, что практически все земные горные породы обладают определенными поляризационными качествами. Например, результаты геоэлектрической разведки территории микро аномалии на берегу Черного моря ("Имедис калаки"), являющейся частью локальной геомагнитной аномалии Цкалциминда-Уреки, показывают, что здесь, вероятно, имеет место влияние поляризационных эффектов, связанных с физическими качествами среды. Сложность компенсации земного магнитного поля во время тестирования электропроводности земных пластов методом вертикального зондирования в этом месте, возможна, вызвана нестационарностью глубинной геоэлектрической картины, вызванной поляризацией в микротрещинах, расположенных в глубине намагниченных тел и вызывающих поверхностную геомагнитную аномалию.

В поляризуемой среде справедливы следующие выражения для векторов электрической поляризации и магнитной индукции

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \quad \vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M}, \quad (1)$$

Где \vec{E} - напряженность электрического поля, \vec{P} - электрическая поляризация, \vec{H} - напряженность магнитного поля, \vec{M} - намагниченность (магнитная поляризация), ϵ_0 и μ_0 - постоянные вакуума.

Система уравнений Максвелла имеет вид

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{B} &= \mu_0 \left(\vec{J} + \operatorname{rot} \frac{\vec{M}}{\mu_0} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} \right), \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0, \\ \operatorname{div} \vec{E} &= \frac{1}{\epsilon_0} (\rho - \operatorname{div} \vec{P}), \end{aligned} \quad (2)$$

Где, \vec{J} - макроскопическая плотность тока.

Таким образом, в намагниченной среде в дополнение к плотности свободных зарядов ρ появляется плотность связанных (поляризационных) зарядов $\rho_\mu = -\operatorname{div} \vec{P}$ а к

макроскопической плотности токов - плотность связанных микроскопических токов

$$\vec{J}_\mu = \operatorname{rot} \frac{\vec{M}}{\mu_0} + \frac{\partial \vec{p}}{\partial t} \quad [1].$$

Если к первому уравнению системы (2) применить операцию div и воспользоваться последним уравнением Максвелла, получим уравнение для плотности тока

$$\operatorname{div} \vec{J} = \frac{\partial}{\partial t} \rho, \quad (3)$$

в котором присутствует переменная плотность свободных зарядов. Уравнение (3) является справедливым всюду, в пространстве и в точках нахождения источников тока включительно.

В теоретических задачах геоэлектротметрии обычно используется уравнение для электрического потенциала φ , которое получается из уравнения (1) при условии

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho = 0. \text{ Следовательно, при строгом рассуждении, в нестационарном случае следует}$$

компоненту электрического поля, связанную с скалярным потенциалом, дополнить компонентой, появляющейся из-за изменения вектор-потенциала магнитного поля во времени. Однако, если предположить, что плотность зарядов меняется быстрее, чем магнитное поле, из-за зависимости скорости электромагнитной индукции от качества электрической проводимости среды, можно воспользоваться постулатом о стационарности вектор-потенциала магнитного поля. Очевидно, что такое допущение является вполне справедливым для сред с достаточно большим удельным сопротивлением.

Целью данной работы является оценка эффекта поляризационных зарядов на примере модификации модели потенциала плоского электропроводящего пласта. Рассмотрим вертикальный разрез Земли, совпадающий с плоскостью XOZ. Ось Z направлена вертикально вверх, X- в горизонтальном направлении, вдоль нижней кромки пласта. В направлении оси Y пласт считается однородным, следовательно, рассматривается плоский случай. Земной поверхности соответствует $z = h_0$. Если воспользоваться законом Ома

$\vec{J} = \sigma \vec{E} = \sigma \operatorname{grad} \varphi$, из (3) получим уравнение для электрического потенциала

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{1}{\sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial z} \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (4)$$

Аналитическое решение уравнения (4) в общем виде является сложной математической задачей даже в однородном приближении. Для такого случая, обычно используется цилиндрическая система координат, постулируется зависимость σ только от высоты и допускается азимутальная симметрия [2]. Именно при таких упрощающих условиях получено решение уравнения потенциала для случая, когда электрическая проводимость меняется по экспоненциальному закону относительно координаты z [3]. Следуя этой схеме при решении неоднородного уравнения (4) мы предполагаем, что по тому же экспоненциальному закону $\sigma = \sigma_0 e^{-kz}$ меняется электрическая проводимость и в нашей задаче (k и σ_0 - постоянные). После подстановки этого выражения в правую часть уравнения (4) получим

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - k \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (5)$$

Для решения уравнения (5) воспользуемся модельным представлением профиля электрического потенциала пласта [3]

$$\varphi = a \left(x - be^{-nz} \cdot \cos mx \right), \quad (6)$$

где a и b постоянные, определяемые из граничных условий, n и m - числа.

Представление (6) является достаточно эффективным для моделирования характера изменения потенциала, хотя соответствует вполне регулярному распределению множества источников электрического поля. Однако, в однородном приближении из уравнения (5) не видно, что причиной изменения потенциала, например, подобно выражению (6), могут являться лишь расположенные в определенном порядке связанные электрические заряды. В этом случае плотность этих зарядов вдоль x должна меняться согласно закону $\cos mx$. Следовательно, для выражения (6) физически оправдано считать ее следствием изменения плотности зарядов, которую можно представить в виде произведения $\rho(x, z, t) = \rho_m(t) \cos mx^{-k+n}$. После подстановки этого выражения, а также представления (6) в уравнение (5), получим следующее характеристическое уравнение, определяющее связь параметров a, b, m, k и σ_0 с параметром n

$$n^2 + kn - (m^2 + c) = 0, \quad (7)$$

$$\text{где } c = \frac{\partial \rho_m}{\partial t} a^{-1} b^{-1} \cdot \sigma_0^{-1}.$$

Для последующих рассуждений необходимо пояснить физический смысл параметров a, b и m , которые, наряду с k , определяют характер изменения электрической проводимости. Согласно (6), существуют две компоненты напряженности электрического поля, которые связаны последним уравнением системы (2)

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} = -a(1 + bme^{-nz} \sin mx), \quad (8)$$

$$E_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z} = -abn \cos mx. \quad (9)$$

Как видно из этих выражений, $a = -E_{0x}$ - характеристическая величина напряженности электрического поля, b - характеристический линейный масштаб неоднородности плотности электрических зарядов. Эти параметры можно считать заданными по условиям задачи. Далее, при помощи продольного линейного масштаба L электропроводящего пласта можно определить минимальное характеристическое значение волнового числа $m = \frac{2\pi}{L}$. Плотность зарядов, изменение которого нарушает стационарную картину электрического потенциала, можно считать свободным параметром задачи. Ее характеристическая величина ρ_0 также может быть определена приблизительно, если ввести τ_0 - характеристическое время изменения плотности поляризационных зарядов, а также характеристическую величину плотности электрического тока J_0 . В результате, из уравнения (3) получим характеристическое соотношение

$$\frac{J_0}{L} \approx \frac{\rho_0}{\tau_0}. \quad (10)$$

Влияние переменного поля поляризации на плотность электрического тока сводится к изменению его интенсивности, что эквивалентно изменению плотности свободных зарядов в ритме поляризации. В природе существуют различные типы поляризации, характеристическое время

которых меняется от времени ядерного взаимодействия до нескольких секунд. К наиболее медленно спадающим типам поляризации относятся, например, фильтрационная и концентрационно-диффузионная, характерные для гидратизированных пластов Земли [4]. В рассматриваемом нами низкочастотном приближении плотность поляризационных зарядов в поверхностном слое Земли может также изменяться, например, из-за индуктивного влияния короткопериодных пульсаций геомагнитного поля, а также атмосферного электрического поля, вариации которого могут вызвать блуждающие токи. Следовательно, в качестве τ_0 можно воспользоваться периодом наиболее короткой геомагнитной пульсации PcI , который фактически совпадает с характерным временем наиболее медленных типов поляризации. После определения ее характерной величины ρ_0 при помощи выражения (10), необходимо моделировать по какому-либо закону изменение плотности зарядов во времени. Можно воспользоваться, например, квазистационарной периодической моделью $\rho_m(t) = \rho_0 \sin \frac{t}{\tau_0} \pi$,

либо нестационарными моделями линейного типа: $\rho_m(t) = \rho_0 \frac{t}{\tau_0}$ $\rho_m(t) = \rho_0 \left(1 - \frac{t}{\tau_0}\right)$.

Очевидно, что вторая из этих моделей является физически оправданной для интервала времени $t = [0 \div \tau_0]$.

Таким образом, можно определить характерную величину параметра n , который согласно (7) равен

$$n = -\frac{k}{2} + \sqrt{\frac{k^2}{4} + (m^2 + c)} \quad (11)$$

(знак + перед квадратным корнем выбран из физических соображений).

являющийся логарифмическим декрементом убывания электрической проводимости с высотой пласта, в отличие от стационарного случая, в зависимости от знака изменения плотности зарядов, может быть не только реальной, но и комплексной величиной.

Согласно нашей модели, электрический ток замыкается в плоскости XOZ. Поэтому, индуцированное этим током магнитное поле, возмущающее геомагнитное поле и, тем самым, осложняющее полную электромагнитную картину плоского вертикального пласта, будет иметь лишь одну h_y , составляющую. Если пренебречь эффектом намагничивания пород, составляющих пласт, величину наведенного магнитного поля можно определить из упрощенного уравнения Максвелла

$$\frac{1}{\mu_0} \text{rot} \vec{h} = \vec{J} \quad (12)$$

Откуда, если воспользоваться законом Ома $\vec{J} = \sigma \vec{E}$, будем иметь два уравнения

$$\frac{\partial h_y}{\partial z} = \mu_0 \sigma(z) E_x(z, x), \quad \frac{\partial h_y}{\partial x} = \mu_0 \sigma(z) E_z(z, x) \quad (13)$$

любое из которых при помощи выражений (8) и (9), а также $\sigma = \sigma_0 e^{-kz}$ определяет величину возмущения геомагнитного поля h_y .

Для приблизительной количественной оценки эффекта поляризации вертикального электропроводящего пласта по вышеприведенной аналитической модели необходимо воспользоваться характерными параметрами какого-либо глубинного разреза, имеющего сходство с пластом. Таким исходным материалом может служить, например, геоэлектрическая картина центральной части микро-геомагнитной аномалии "Имедис калаки", составление которой оказалось крайне сложной задачей из-за постоянных помех,

создаваемых блуждающими токами и, вероятно, поляризационными зарядами. Предположим, что изменение плотности поляризационных зарядов происходит согласно модели $\rho_m(t) = \rho_0 \frac{t}{\tau_0}$. Параметры, входящие в аналитические выражения, определяющие физические характеристики модельного пласта, соответствуют указанной геомагнитной аномалии: $k=10^{-1}$, $E_0=10^{-4}$ Вм⁻¹, $\sigma_0=10^{-1}$ Ом⁻¹ м⁻¹, $b=10$ м, $m = \frac{2\pi}{L}$, где $L=10^2$ м.

Следовательно, из (10) будем иметь $\frac{\rho_0}{\tau_0} \approx \frac{J_0}{b} = \frac{\sigma_0 E_0}{b}$, откуда получим характерную

величину $\rho_0 = 10^{-6}$ Кл·м⁻³. Таким образом, все величины, входящие в (11) являются известными. В результате получим характерную величину, определяющую изменение электрических характеристик вертикального пласта с учетом эффекта поляризации: $n \approx 8 \cdot 10^{-2}$. При отсутствии поляризационного эффекта $n = 3 \cdot 10^{-2}$, т.е. имеется существенное количественное отличие от предыдущего случая. Поэтому, на данной территории поляризационный эффект в значительной степени может изменить картину электрического потенциала и усилить напряженность электрического поля в электропроводящем пласте, особенно, ее вертикальную компоненту. Очевидно, что это явление должно быть нестационарным и может оказаться причиной осложнений, возникающих в процессе компенсации естественно наведенного поля поляризации.

Литература

1. Шимион К. Теоретическая электротехника. М., "Мир", 1964, 773 с.
2. Уэйт Дж.Р. Геоэлектромагнетизм. М., "Недра" 1987, 234 с.
3. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.,Л., "Технико-теоретическая лит.", 1951, 659 с.
4. Кобранова В.Н. Петрофизика. М., "Недра", 1986, 392 с.

ვერტიკალური ელექტროგამტარი შრის არაერთგვაროვანი პოლარიზაციის მოდელი

ახანთაძე, ზ.კერესელიძე, გ.გელაძე, ი.გაბისონია

რეზიუმე

განხილულია ვერტიკალური ელექტროგამტარი შრის მოდიფიცირებული მოდელი, რომელიც ითვალისწინებს პოლარიზაციული მუხტების ეფექტს. ელექტრული გამტარებლობისა და მუხტების სიმკვრივის ვერტიკალურ კოორდინატაზე ექსპონენციალური დამოკიდებულების შემთხვევაში მიღებულია დედაძიწის ფენის პარამეტრების კავშირის მახასიათებელი განტოლების ანალიზური ამონახსნი, რომელიც განსაზღვრავს შრის ელექტრული პოტენციალის პროფილს. "იმედის ქალაქის" მიკრო-გეომაგნიტური ანომალიის მაგალითზე ჩატარებულია რაოდენობრივი შეფასება, რომელიც ანმტიციკებს მოსაზრებას, რომლის თანახმადაც ამ ადგილას ბუნებრივი ელექტრული ეელის კომპენსაციის სირთულე გაზომვებისას შეიძლება გამოწვეული იყოს პოლარიზაციული მუხტების გაელენით.

Модель неоднородной поляризации вертикального электропроводящего пласта

Хантадзе А.Г., Кереселидзе З.А., Геладзе Г.Г., Габисония И.А.

Реферат

Рассматривается модифицированная модель вертикального электропроводящего пласта, учитывающая эффект поляризационных зарядов. Для случая экспоненциальной зависимости электрической проводимости и плотности зарядов от вертикальной координаты получено аналитическое решение характеристического уравнения связи параметров земного слоя, определяющих профиль электрического потенциала пласта. На примере микро-геоаномалии "Имедис калаки" проведена количественная оценка, подкрепляющая предположение, согласно которому сложность компенсации естественного электрического поля во время измерений в этой местности может быть вызвана влиянием поляризационных зарядов.

MODEL OF HETEROGENEOUS POLARIZATION OF VERTICAL ELECTRO-CONDUCTIVE STRATUM

Chantadze A.G., Kereselidze Z.A., Geladze G.G., Gabisonia I.A.

Abstract

A modified model of vertical electro-conductive stratum considering the effects of polarization charges has been discussed. For the case of exponential dependence of electric conductivity and charge density on vertical coordinate an analytical solution of a characteristic equation of relation among the Earth's layer parameters has been received. These parameters determine the profile of electric potential of the stratum. A quantitative estimation has been made given the example of a micro-geo anomaly "Imedis Kalaki". It strengthens assumption according to which the complexity of natural electric field compensation during measurements in the given locality might be caused by impact of polarization charges.