მიხეილ ნოდიას გეოფიზიკის ინსტიტუტის შრომები, ტ. LX, 2008
Transactions of Mikheil Nodia Institute of Geophysics, vol. LX , 2008
Труды Института геофизики им. М. Нодиа, т. LX, 2008

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФФУЗИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В ИОНОСФЕРЕ

Гвелесиани А. И., Хантадзе А. Г., Джандиери Г. В.

1. Введение

В настоящем обзоре кратко будут показаны важнейшие этапы в развитии теории формирования ионосферных слоёв, по ходу обсуждены некоторые результаты экспериментальных исследований ионосферы, затем рассмотрены собственные теоретические работы авторов.

Процессы, протекающие в средней и верхней атмосфере, могут быть подразделены на: а) фотохимические, включающие эффекты ионизации от солнечной УФ-радиации, корпускулярных потоков, потери в результате диссоциативной рекомбинации и ионно-молекулярных реакций; б) переноса, включающие диффузию (амбиполярную), ветры и дрейфы, потоки плазмы, тепловое расширение и сжатие атмосферы и плазмы. Задача состоит в том, чтобы связать наблюдаемые потоки излучения и потоки энергичных частиц с наблюдаемым распределением электронно-ионной концентрации.

Экспериментальные и теоретические исследования диффузионных процессов, процессов тепло- и массо-переноса в особенности в турбулентной проводящей атмосфере и более нижних слоях находится в центре внимания специалистов. Для целей эффективной радиосвязи необходимо знание пространственно-временного распределения электронно-ионного газа и состава атмосферы при действии процессов ионизации, рекомбинации и диффузии. Основы корректной теории высотного распределения ионизации на ионосферных уровнях были даны в работах Чепмена и Ферраро [1, 2]. С развитием спутниковой, ракетной и наземной техники наблюдений обнаруживаются новые детали в неоднородной структуре электромагнитных параметров ионосферы [3-13], в частности, подтверждающие основные теоретические выводы авторов обзора.

2. Модель невозмущённой ионосферы, ионизационно-рекомбинационно-диффузионные процессы. Линейная теория.

2.1. Несколько десятилетий прошло после чепменовской работы, как экспериментально стали исследовать суточный ход распределения электронной концентрации (ЭК) на уровнях нижней ионосферы.

Ионосфера нестабильна, её параметры претерпевают регулярные изменения в засивимости от времени суток и уровня солнечной активности, а также изменения в периоды ионосферных возмущений и нерегулярных флюктуаций. Наиболее точно измеряются значения максимальной ЭК (методом импульсного вертикального зондирования). Другие параметры, характеризующие распределение ЭК по высоте, не могут быть получены непосредственно из ионограммы. Они определяются расчётным путём при некоторых упрощающих допущениях. Накопленный обширный экспериментальный материал позволил удовлетворительно представить вариации в глобальном масштабе и даже систематически их прогнозировать. По форме вертикальные профили осреднённых параметров ЭК оответствуют простому слою Чепмена: $N=N_m \exp[(1-z-\exp(-z))/2]$, где $z=(h-h_m)/H$, N_m, h_m и $H-$ соответственно максимальное значение концентрации, высота максимума концентрации и высота однородной атмосферы на уровне максимума концентрации. Укажем на специфику мезосферы и нижней термосферы: в средней актмосфере в основном фигурируют ионы окиси азота, молекулярного кислорода и азота под воздействием космических лучей и рентгеновского излучения; в термосфере добавочно появляются ионы атомарного кислорода, азота, водорода, магния и кадмия. Более подробные сведения о распределении ЭК в широком диапазоне высот даны в моделях ионосферы для различных уровней активности Солнца.

2.2. Простая теория α-слоя Чепмена подтверждается экспериментами Эппльтона и Найсмита для E- и F1-слоёв. Однако, для более высоких слоёв ионосферы она непригодна (даже с учётом замедляющего влияния геомагнитнго поля). Ферраро, обсуждая трудности, встретившиеся первым исследователям ионосферы [14, 15], устраняет причины непрерывного возрастания ЭК с высотой, отсутсвия её максимума. Он рассматривает ионосферную среду как квазинейтральную трёхкомпонентную систему, в которой можно считать ионы и электроны как одну компоненту. Ферраро для скорости диффузии (упорядоченного движения) электронно-ионного газа использует известную формулу Каулинга, полагая, что ионосфера изотермична, электрическое поле равно нулю и на частицы действует сила тяжести. Исходными уравнениями являются:

$$\frac{\partial N}{\partial t}=q-\alpha N^2-div(N\bar{v}), \qquad \bar{v}=\frac{D}{N}\left(grad\,N-\frac{Nm_i}{kT}\bar{g}\right), \tag{1}$$

где N – концентрация электронов, q – скорость образования ионов и электронов в единице объёма в единицу времени, α – коэффициент рекомбинации ионов и электронов, $\bar{v}$ – скорость амбиполярной диффузии плазмы (движения, обусловленного диффузией плазмы), $N\bar{v}$ – поток плазмы, $\bar{g}$ – вектор ускорения силы тяжести.

В развёрнутом виде имеем известное уравнение диффузии Ферраро:

$$\frac{\partial N}{\partial t}=q-\alpha N^2+D\left[\frac{\partial^2 N}{\partial h^2}+\left(\frac{1}{H_i}+\frac{1}{H_m}\right)\frac{\partial N}{\partial h}+\frac{N}{H_iH_m}\right], \tag{2}$$

где $D=b(T)/n$ – коэффициент диффузии, $b(T)$ – функция температуры ($\approx 10^{-19}cm^{-1}s^{-1}$), n – концентрация нейтрального газа; $H_i=2kT/m_ig$, $H_m=kT/mg$ – соответственно, шкалы высот электронно-ионного и нейтрального газов.

2.3. Детально эти вопросы обсуждались в ряде работ [2, 16-27], где уточнены значения $b(T)\sim 10^{-19}cm^{-1}s^{-1}$. Наиболее полный детальный обзор теоретических исследований среднеширотной и экваториальной ионосферы дан в монографии [27]. Выясняется, что в высоких слоях атмосферы, где ларморовская частота оказывается больше частоты столкновений ионов и электронов с нейтральными частицами, диффузия происходит вдоль силовых линий магнитного поля (условие замагниченности плазмы). Если в уравнении высота единственная переменная, то после умножения коэффициента диффузии на $\sin^2 I$ нет необходимости интегрирования вдоль силовой линии геомагнитного поля. В [18] обсуждается вопрос о понижении слоя ионизации, образованного в ионосфере в результате хромосферной вспышки на Солнце (в конце затмения). Для области F2 в уравнении (2) Ferraro не учитывает рекомбинационный член и находит аналитическое решение. Рассчитанные им значения ЭК оказались достаточно близкими к наблюденным. От также показал, что пренебрегать рекомбинацией можно выше уровня максимума ЭК примерно на 150 км. На уровнях же максимума концентрации h_mF2 пренебрегать рекомбинацией нельзя.

Ряд измерений, проведённых на высотах от 250 до 350 км для ночных условий, дал возможность [Ratcliffe et al., 1956] показать, что исчезновение электронов следует линейному закону $L=\beta N=10^{-4}\exp[(300-z)/50]N\,cm^{-3}s^{-1}$. Гипотеза Бредбери об общем источнике ионизации, образующем слои F1 и F2, вновь возродилась в указанной работе [28]. Причём, авторы полагали, что уровень максимума ионообразования расположен вблизи уровня F1. Слой F2 образуется на более высоком уровне, благодаря экспоненциальному уменьшению с высотой коэффициента исчезновения электронов β. Кроме того, в высоких слоях F-области диффузия должна стать контролирующим фактором. Ферраро называет Ратклифа первооткрывателем этого явления [[17; 18]. Однако, ранее независимо от него Йонедзава [29] впервые отметил противоречие между выводом фотохимической теории о неограниченном увеличении ЭК и реальным её уменьшением выше h_mF2. Он объяснил это неучётом процесса амбиполярной диффузии. В работе [17], в частности, показано, что, при отсутствии диффузии и линейном законе прилипания электронов, ионизация должна возрастать, приближаясь к постоянному значению. Это должно иметь место, так как скорости образования и исчезновения пары ион-электрон меняются экспоненциально по высоте, а на больших высотах их отношение близко к постоянному значению. Согласно [26] концентрация ионов атомарного кислорода O^+ с высотой будет возрастать. С учётом увеличивающейся с высотой диффузии вертикальный профиль концентрации O^+ приближается к реальному, а именно, образуется максимум N_m. Выше уровня максимума N_m концентрация O^+ медленно убывает, приближаясь к барометрическому распределению.

В этой связи ставится задача: рассчитать вертикальное распределение ионизации в F-области при наличии диффузии и процесса исчезновения электронов.

Для линейного закона рекомбинации решается уравнение вида [2, 16]:

$$\frac{\partial N}{\partial t}=q-\beta N+D\left[\frac{\partial^2 N}{\partial h^2}+\frac{3}{2H}\frac{\partial N}{\partial h}+\frac{N}{2H^2}\right]. \quad (3)$$

Здесь Ферраро устранил ошибочное допущение Хальбарта о равенстве в (2) шкал высот ($H_i=H_m$). Он заменил его правильным соотношением $H_i=2H_m$ (так как $m_i\approx m$, а средняя масса пары ион-электрон равна $m_i/2$).

Опуская математические выкладки, будем рассматривать физические следствия из теории. Согласно Ферраро и Эздогану [17] для постоянного β ночью, когда отсутствует источник ионизации и действует диффузионно-рекомбинационный поток, уровень максимума h_mF2 понижается. Днём, с подключением источника ионизации, этот уровень возвращается на прежнюю высоту. Таким образом, ионизационно-рекомбинационный поток превалирует над постоянно действующим диффузионно-рекомбинационным потоком. Ферраро и Эздоган показали, что концентрация электронов и ионов в ионосфере описывается распределением типа чепменовского, но не совпадает с ним. Если бы диффузия игнорировалась полностью, то форма и высота слоя оказались бы постоянными, несмотря на то, что рекомбинация компенсировала бы ионизацию. Так как распределение выше максимума стремится к диффузионному равновесию, то поток вниз становится более существенным, и поэтому слой должен опускаться. Расхождение теории с наблюдениями авторы объясняют тем, что либо взятые ими значения коэффициента диффузии велики, либо диффузия уравновешивается другими факторами, например, наличием в ионосфере дрейфов ионизации. Обсуждается также эмпирическая формула Ратклиффа [28], приведённая выше, в которой коэфициент 10^{-4} является несколько завышенным для высот h < 300 km. Ферраро в более поздней работе [20] заново выводит уравнение диффузии плазмы. Он использует формулу Чепмена для функции ионизации $q=q_0F(z,\chi)=q_0\exp[1-z-\sec\chi\exp(-z)]$, где $q_0=\alpha N_0^2$, время t выражено через долготу φ в радианах, и получает уравнение:

$$\sigma\frac{\partial \upsilon}{\partial \varphi}=F-\upsilon^2+\beta e^z\left[\frac{\partial^2\upsilon}{\partial z^2}+\left(1+\frac{H_2}{H_1}\right)\frac{\partial \upsilon}{\partial z}+\frac{H_2}{H_1}\right], \quad (4)$$

где $\upsilon=N/N_0$, $\beta=b/(n_mH_m^2\alpha N_0)$, а значение концентрации нейтральных молекул на уровне максимума ионообразования для полудня $n_m=n_0\exp(-h_0/H_2)$, $\sigma^{-1}=1.37\cdot10^4(\alpha q_0)^{1/2}$. Ферраро ищет решение (4) в виде асимптотического разложения $\upsilon=\upsilon_0+\beta\upsilon_1+\beta^2\upsilon_2+\ldots$, причём, условие $\upsilon=\upsilon_0$ (при $\beta=0$) даёт: $\sigma\partial\upsilon_0/\partial\varphi=F-\upsilon_0^2$; для υ_1, приравнивая члены с одинаковым β в (4), автор получает: $\sigma\frac{\partial\upsilon_1}{\partial\varphi}+2\upsilon_0\upsilon_1=e^z\left(\frac{\partial^2\upsilon_0}{\partial z^2}+\frac{3}{2}\frac{\partial\upsilon_0}{\partial z}+\frac{\upsilon_0}{2}\right)$. Ферраро ограничивается первым приближением ($\upsilon=\upsilon_0+\beta\upsilon_1$), численно находит вертикальное распределение ЭК, а также суточные вариации её максимальной концентрации для периода равноденствия.

Измерения плотности нейтральных частиц в области F, показали, что теоретические оценки на несколько порядков превосходили действительные значения. Используя экспериментальные данные, Данжи [30] перепроверил влияние амбиполярной диффузии электронов и ионов на поведение ночного F-слоя. Йонедзава [29, 31] пришёл к заключению о линейной зависимости скорости исчезновения электронов от их концентрации ($L=\beta N$, где β пропорционально плотности молекулярного кислорода). Он решил уравнение баланса ионизации при постоянном значении L. В частности, для ночной F-области он получил опускающийся неизменной формы чепменовский профиль ЭК. В работе [30] Данжи решил более общую задачу для изотермической ночной F-области, при значениях $L=\beta e^{-pz}N$ и $L\sim N^2$, с учётом вертикального дрейфа. Найденная им форма профиля ЭК оказывается подобной чепменовской. Исходное уравнение имело вид:

$$\frac{\partial N}{\partial t}=-\beta e^{-pz}N-\frac{w}{H}\frac{\partial N}{\partial z}+\frac{2b}{H}\frac{\partial}{\partial z}\left[e^{z}\left(\frac{\partial N}{\partial z}+\frac{N}{2}\right)\right], \quad (5)$$

с граничными условиями

$$\left(\frac{\partial N}{\partial z}+\frac{N}{2}\right)_{z=+\infty}=0 \quad \text{или} \quad \frac{\partial}{\partial z}\left(Ne^{z/2}\right)_{z=+\infty}=0. \quad (6)$$

Решение уравнения осуществляется при допущении экспоненциально уменьшающейся во времени концентрации с дискретными значениями декремента затухания λ_n : $N=\sum_{n=0}^{\infty}A_n e^{-\lambda_n t}y_n(x)$, где A_n – постоянная, определяемая начальным распределением электронов, $x=\sqrt{|w|2b}\exp(-z/2)$ и $y=(N/p)\exp(wx^2/2|w|)$. Данжи получил решение в полиномах Лагерра для p = 1 (при p = 0 и w = 0, как частный случай, получается решение [29]). Численные расчёты показали, что для любого чепменовского слоя скорость диффузии плазмы не зависит от высоты, она уравновешивается восходящим движением слоя со скоростью w. При p = 0 и w > 0 предельное решение – не опускающийся с высотой слой Чепмена (когда $b_m \doteq w$). При p > 0 сравнительно сильная потеря ионизации у основания слоя приводит к восходящему движению слоя, которое может уравновеситься диффузионным нисходящим движением, а также дрефом. В таком случае форма и высота слоя сохраняются. Для p = 2 (более точно отвечающему реальной атмосфере) он применяет вариационный метод. Результаты расчётов довольно хорошо согласуются с данными наблюдений Ратклиффа [32] для нижней части профиля концентрации. Однако, в верхней части профиля имеется расхождение (завышение) с наблюдениями атмосферного кислорода.

Методом Данжи (с помощью полиномов Лагерра) несколько более простую задачу (w = 0, p = 1) рассматривает Чемберлен [33]. Полученное им решение представляет собой бесконечную сумму обобщённых распределений чепменовского типа.

2.4. Задача, поставленная Данжи (1956) [30], Ферраро и Эздоганом (1958) [17] была исследована в двух работах Глиддона [34, 35]. Позднее задача Штурма-Лиувилля, вычисления собственных значений и собственных функций диффузионного уравнения, рассматривалась в ряде работ [34-39, 33, 40-42]. Примерно в это же время наиболее полно была решена стационарная задача в работе [43].

Глиддон [34], продолжая исследование Ферраро и Эздогана [17], исходит из установленного экспериментально в [28] экспоненциального уменьшения с высотой коэффициента исчезновения электронов, пропорционального локальной молекулярной плотности кислорода O_2, а также из экспериментов Бейтса и Месси (см. [34, 35]), решает уравнение (3) Ферраро [2]. Даётся чисто математическое решение задачи (с помощью параболических функций, $D_{\nu-1/2}(x)$). Доказывается сходимость и единственность найденного решения, удовлетворяющего выбранным граничным условиям. Таким образом, Глиддон впервые решил поставленную Данжи [30] общую задачу вертикальной диффузии ионов под действием силы тяжести, скорости потери электронов, экспоненциально уменьшающейся с высотой. Полученное им решение для p = 1 имеет примерно одинаковый вид с решением [30]. Однако, согласие с наблюдениями у Ферраро (ракетные данные) лучшее, чем у Глиддона по спутниковым данным (спутниковые значения молекулярной плотности нейтральной атмосферы на порядок превосходили ракетные).

Во второй работе [35] для F2-области решается задача диффузии электронно-ионного газа методом функции Грина для случаев постоянного и переменного по высоте коэффициента рекомбинации. В первом случае Глиддон, используя интеграл ошибок, получает выражение, аналогичное решению (типа функции Чепмена), полученному в работе [17]. Оно также согласуется с выводами работ [30, 33]. Общее решение для N содержит спектр обобщённых функций Чепмена. Во втором случае (переменного коэффициента рекомбинации) Глиддон строит функцию Грина с помощью параболической функции $D_n(x)$ и полиномов Эрмита и получает решение в виде модифицированной функции Чепмена. Дальнейшая математическая задача Глиддона состояла в том, чтобы показать идентичность полученного им решения для переменного по высоте коэффициента рекомбинации с решением, полученным им иным методом в первой работе [34].

Полученные Глиддоном решения широко используются в работах [36-39], развитая им теория сравнивается с реальной ионосферой. Первая из этих работ [36] продолжает исследование, начатое [17] для условий экватора при T = const и $\beta=const$. Авторы применили теорию к широтам 30, 60 и 75^0 для равноденствия и солнцестояния. Были выполнены численные расчёты при допущениях: высота ионообразования z = 300 km ±0.25H_0, плотность воздуха ρ = $10^{-14} g/cm^3$ 10^{-14}г/с, T = 1400K, шкала высот H_0 = 54 км. Основной вывод из работ [36-39] состоит в том, что диффузия является важным управляющим фактором в F2-области ионосферы.

В работе [39] сделано дальнейшее обобщение ранее найденного периодического решения уравнения, описывающего вертикальную диффузию ионизации в F2-области, включая постоянную вертикальную дрейфовую скорость. Выражение для ЭК взято в виде определённого интеграла и является функцией рекомбинации, диффузии и дрейфовой скорости. В работе обсуждается применимость полученных решений для объяснения суточных вариаций максимума ЭК, уровня h_m в средних широтах, наличия слоя F1 в экваториальной ионосфере и влияния эффектов затмения и солнечных вспышек на F2-область в среднеширотной ионосфере.

2.5. Работа [40] является продолжением работ [2, 30, 36, 33, 44], касающихся аналитического исследования среднеширотной однородно стратифицированной по горизонтали ионосферы, свободной от эффектов геомагнитного поля. В этих работах, исключая [44], уравнение диффузии решается приближенно, причём, большая часть из них касается анализа поведения стационарного слоя F. Авторы считают, что разрушение слоя происходит экспоненциально во времени, но с сохранением формы распределения ЭК. На самом же деле уровень $h_m F2$ поднимается вверх, а форма распределения ЭК после захода Солнца непрерывно меняется до достижения стационарного состояния. Учитывая это обстоятельство, Тюен [40] предпринял попытку методом теории возмущений найти точное аналитическое решение нестационарного уравнения диффузии. Точное выражение для профиля ЭК не только позволяет описать различные физические эффекты. Тюен ищет простой метод для определения профиля ЭК в любой момент времени, когда в какой-то начальный момент времени известно распределение ЭК. Уравнение неразрывности, рассматриваемое в [40], имеет вид:

$$\frac{\partial N}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial z}\left[D_a\left(\frac{\partial N}{\partial z}+\frac{N}{3H}\right)\right]-\beta_0 N e^{-p\frac{z}{H}}, \qquad (7)$$

где p – фактор шкалы высот, меняющийся между значениями, соответствующими полному перемешиванию (p=1) и диффузионному равновесию (p=2). При $D_a=D_0\exp(z/H)$, $x=\alpha\exp(-z/H)$, $\alpha=2H\sqrt{\beta_0 D_0}$. Представляя решение в виде $N=x^{3/4}u(x)T(t)$, Тюен сводит (7) к уравнению Штурма-Лиувилля:

$$(xu')'-\frac{1}{16}\frac{u}{x}+\omega u-\frac{1}{4}xu=xf(x)u, \qquad \frac{dT}{dt}=-\lambda T,\ (\lambda>0),$$

где $\omega=\lambda H/(2\sqrt{\beta_0 D_0})$, $f(x)=[(x/\alpha)^{p-1}-1]/4$. Решение $N(z,t)=\sum_{n=0}^{\infty}a_n Z_n(x)\exp(-\lambda_n t)$, λ_n выражается через собственные значения $\omega_n=\lambda_n H/(2\sqrt{\beta_0 D_0})$, коэффициенты a_n определяются с помощью начального распределения.

Преимущество сведéния уравнения амбиполярной диффузии к задаче Штурма-Лиувилля состоит в том, что ЭК с возрастанием n быстро затухает и достигает основного стационарного распределения (соответствующего λ_0). Поэтому практически можно ограничиться первыми тремя членами разложения N(z, t). Решение, найденное с помощью теории возмущений для первого члена, имеет вид:

$$Z_0(z)=\pi^{-3/4}\exp[-z/2H+(\alpha/2)\exp(-z/H)]\left[L_0^{-1/2}(x)-(\sqrt{\pi}/4)\sum_{n=1}^{\infty}n^{-1}F_n^{(0)}(x)\right],$$

где

$$\lambda_0=\frac{\sqrt{\beta_0 D_0}}{2H}\left\{1+\frac{1}{\sqrt{\pi}}\left[\alpha^{1-p}\Gamma\left(p+\frac{1}{2}\right)-\Gamma\left(1+\frac{1}{2}\right)\right]\right\},$$

$$F_n^{(0)}(p)=\frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma(n+1/2)}\frac{1}{n!}\left[\frac{\alpha^{1-p}\Gamma(n-p)\Gamma(p+1/2)}{\Gamma(-p)}-\frac{\Gamma(n-1)\Gamma(3/2)}{\Gamma(-1)}\right].$$

С увеличением p, по мере приближения к состоянию диффузионного равновесия (p = 2), постоянная распада λ_0 уменьшается. Следовательно, увеличивается время жизни стационарного распределения. Нетрудно видеть, что при p = 1 решение для стационарного состояния сводится к простой функции чепменовского типа, а при более высоких собственных значениях λ_n решением являются произведения чепменовской функции на полиномы Лагерра n-го порядка переменной x. Для сравнения с экспериментом Тюен подбирает начальное распределение ЭК в момент $t = t_0$, используя в качестве теста найденное решение. При этом основными параметрами подбора являются H и p. Сопоставляя свои результаты с экспериментальными данными, Тюен для H = 80 км получает p = 1.4. Любые другие значения для H и p давали либо близкое совпадение расчётов с экспериментом в момент $t = t_0$, а в последующие моменты времени – сильное расхождение, либо не давали совпадения ни в какой момент времени даже при $t = t_0$.

Таким образом, теория возмущений даёт точное аналитическое решение при p = 1 и достаточно высокую точность при p = 2 и промежуточных значений p. Этот метод также строго устанавливает стационарное распределение, являющееся собственной функцией основного состояния уравнения диффузии. Заслуга Тюена в том, что он нашёл общее решение для произвольного p, откуда как частные случаи получаются известные решения Данжи (p = 1), Чемберлена (p = 2), Ферраро и Эздогана (p = 0); причём, здесь во всех приближениях выделяется распределение чепменовского типа.

Переходя к анализу работ Йонедзавы [29, 31, 45-50], начнём с его ранней работы о диффузии электронно-ионного газа в ночных условиях F2-области. В работе [31] показано, что диффузия не меняет формы распределения ЭК, и вызывает лишь понижение уровня максимальной концентрации. Независимо от формы начального дневного распределения ЭК, после захода Солнца с течением времени форма слоя F2 приближается к чепменовской. Так же, как и Ферраро [2, 16], Йонедзава [31], ввиду отсутствия экспериментальных данных, косвенно определяет возможную наименьшую концентрацию ~ ($5\cdot10^9\,cm^{-3}$) молекулярной компоненты на уровне F2-слоя. Примерно в эти же годы решение уравнения непрерывности для ночной F2-области при наличии силы тяжести, диффузии и прилипания электронов было найдено Дунканом [51], который как и Йонедзава [31], пришёл к выводу, что чепменовская форма слоя в течение ночи должна изменяться. В самом деле, при этом происходит рекомбинация (с эффективным значением, соответствующим значению коэффициента прилипания на уровне максимума F2-слоя) и дрейф в направлении уровня равновесия (z = 0).

Благодаря действию этих процессов, в слое произвольной формы происходят такие изменения, которые приближают распределение к чепменовскому с центром на высоте z = 0, [31]. Если слой, достигший равновесия под действием указанных факторов (силы тяжести, диффузии и рекомбинации), подвергается, например, возмущающему действию приливных сил, то в целом слой приходит в движение, пока противодействующие ему силы не остановят его. В работах [29, 28] впервые учтено исчезновение электронов из-за диссоциативной рекомбинации с молекулярными ионами кислорода, а потому соответствующий член в уравнении неразрывности пропорционален первой степени концентрации электронов N (z). Это был новый крупный шаг в развитии ионосферных теоретических исследований. Стало ясно, что (по новой модели) в нижней части слоя F2 распределение ЭК с высотой определяется рекомбинационным процессом (в ночной ионосфере), а в верхней части слоя F2 – определяется диффузией электронно-ионного газа в гравитационном поле Земли.

В следующей работе [45] автор вновь останавливается на важности диффузии электронно-ионного газа в гравитационном поле для понимания механизма образования главного максимума F-области ионосферы. Решена стационарная задача распределения N (z) для дневной ионосферы. Приведём ход рассуждений Йонедзавы. Если в результате совместного действия электрического и магнитного полей в верхней атмосфере электроны и ионы приобретают движение в вертикальном направлении, то распределение N (z) непрерывно меняется. Однако, если скорость дрейфа электронов и ионов остаётся постоянной во времени, то, рано или поздно, достигается стационарное состояние. Выражение для N (z) в стационарном состоянии может быть получено аналитически при использовании метода возмущений, если градиент температуры в верхней атмосфере незначителен и вертикальная скорость дрейфа не зависит от высоты и времени. Расчёты зависимости N(z) от направления и величины вертикального дрейфа, проведённые в работе [45], показывают увеличение концентрации и подъём высоты максимума концентрации при направленном вверх вертикальном дрейфе. В частности, сравнивая концентрации для $w=\pm 12.5\ m/s$ и $w = 0$, получаем, что при положительном w концентрация возрастает в два раза и уровень максимума оказывается сдвинутым вверх на 50 km (на одну шкалу высот), а при отрицательном направлении (вниз) концентрация уменьшается в 1.5 раза, и уровень максимума концентрации опускается на 25 km. Далее Йонедзава решает более сложную задачу:

$$\frac{\partial N}{\partial t}=q-L-\frac{\partial}{\partial z}\left[D\left(\frac{\partial N}{\partial z}+\frac{N}{2H}\right)\right]-\frac{\partial}{\partial z}(Nw), \qquad (8)$$

где

$L=\beta_0\exp[-m(z-z_0)/H]$, $m = 2$, исчезновение электронов происходит в соответствии с атомно-ионной реакцией и диссоциативной рекомбинацией: $O^+ + O_2 \to O_2^+ + O$, $O_2^+ + e \to O + O$, $O^+ + N_2 \to NO^+ + N$, $N_2^+ + e \to N + N$; $q=q_0\exp[1-(z-z_0)/H-\sec\chi\exp(-(z-z_0)/H)]$, $D=bn_0^{-1}\exp[(z-z_0)/H]\sin^2 I$, $w=w_0\exp[(z-z_0)/H]$; H = 60 km, z_0=200 km, $n_0=5\cdot 10^9\ cm^{-3}$, $\beta_0=3\cdot 10^{-3}\ s^{-1}$, $q_0=250 cm^{-3}s^{-1}$, $b=10^{19} cm^{-1}s^{-1}$.

Экспоненциальный вид вертикальной скорости дрейфа облегчает решение задачи и, кроме того, такой выбор оправдан тем, что коэффициент кинематической вязкости существенно уменьшается при подъёме вверх. Стационарное решение уравнения диффузии находится в специальных функциях (функциях Бесселя от мнимого аргумента). Подчёркивается роль амбиполярной диффузии электронно-ионного газа в образовании F2-слоя. О широтном распределении концентрации – возрастании уровня h_mF2 в направлении от полюса к экватору – речь идёт в последующих работах Йонедзавы.

Подробнее рассмотрим работу [47]. Авторы используют уравнение неразрывности для ЭК в области F2, следуя [52]:

$$\frac{\partial N}{\partial t}-q-L+\frac{\partial}{\partial z}\left\{D\left[\frac{\partial N}{\partial z}+N\left(\frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial z}+\frac{1}{2H}\right)\right]\right\},$$

где $H=H_0+\gamma(z-z_0)$, $D=D_0(H/H_0)^{3/2+1/\gamma}\sin^2 I$, $L=(\beta_1 n_{O_2}+\beta_2 n_{N_2})n_{O^+}=\beta N$. Поскольку n_{O_2} изменяется с высотой пропорционально $(H_0/H)^{1+2/\gamma}$, примерно также и n_{N_2}, то для не слишком больших высот $\beta=\beta_0(H_0/H)^{1+2/\gamma}$, где γ – постоянный градиент шкалы высот; D_0 – коэффициент амбиполярной диффузии на некоторой высоте для $I=90^0$ (по [Ferraro, 1945] $D_0 = 2.31\cdot 10^9 cm^2 s^{-1}$). В нижней части области F рекомбинация описывается реакциями: $O^+ + O_2 \to O_2^+ + O$, $O_2^+ + e = O + O$, а в верхней части области F – реакциями: $O^+ + N_2 \to NO^+ + N$, $NO^+ + e \to N + O$, β_1 и β_2 – скорости реакций атомно-ионного обмена. Мартин [53] считает, что L пропорционально не только N, но и концентрации основных нейтральных компонент атмосферы. Тогда $\beta=\beta_0(H_0/H)^{1+1/\gamma}$. Йонедзава находит очень сложные аналитические стационарные решения уравнения неразрывности. Результаты расчётов ЭК для различных значений γ и β_0 и их сравнение с данными наблюдений, проведённых в Стенфорде, показывают, что выбор малых значений β_0 приводит к уменьшению N_m и увеличению h_m, а это противоречит наблюдениям. Согласно расчётам, в случае изотермической атмосферы ($\gamma=0$), при совпадении геомагнитной и географической координат, широтный ход N_m и h_m для полудня таков: от полюсов к экватору обе эти величины возрастают; вычисленный слой оказывается тоньше слоя Чепмена; эффективный коэффициент рекомбинации быстро уменьшается с высотой на мéньших высотах, но на бóльших высотах становится постоянным. С увеличением широты эта постоянная возрастает.

Сравнивая теоретические значения N/N_m с данными экспериментальных наблюдений, Йонедзава [48] ищет возможность применения развитой им теории. Сравнение с данными наблюдений Гарриотта [54] даёт хорошее согласие лишь до h = 400 km. Увеличение β_0 не намного улучшает совпадение результатов. Если бы определение β было удовлетворительным, то теоретически можно было бы: достаточно хорошо воспроизвести распределение ЭК до высот на 100 km выше h_mF2, дать оценку появлению слоя F1, объяснить геомагнитное влияние на слой F2 (т.к. N явно содержит магнитное наклонение), качественно объяснить широтный ход N_m F2. Предлагаемая теория неприменима к экваториальной области и не может объяснить экваториальную аномалию Эпплтона [55].

Идеи работ [31, 29, 45, 28] развиваются далее в статье [56], где рассматривается стационарная дневная F-область при градиенте $\gamma=dH/dh=$ const, концентрации нейтральных молекул $n\sim\exp[-(1+\gamma)z]$, функции ионизации $q=q_0\exp\left[(1+\gamma)\left(1-z-e^{-z}\sec\chi\right)\right]$, коэффициенте рекомбинации $\beta=\beta_0\exp[-(k+\gamma)z]$, где $k=H/H_m$ (для азота N_2 величина $k=1.75$, для кислорода O_2 имеем $k=2$). Авторы решают стационарную задачу при $\gamma=0$. Это упрощение оправдывается тем, что член $\partial N/\partial t$ часто оказывается на порядок и более меньше других членов уравнения амбиполярной диффцузии. На средних широтах высота максимума слоя и сама концентрация почти не меняются в течение нескольких часов. Уравнение решается численными методами для постоянных скоростей вертикального дрейфа плазмы:

$$d_0e^{z}\left(\frac{d^2N}{dz^2}+\frac{3}{2}\frac{dN}{dz}+\frac{N}{2}\right)-\frac{w}{H}\frac{dN}{dz}-\beta e^{-kz}+q_0\exp\left[1-z-e^{-z}\right]=0, \qquad (9)$$

при $N(+\infty)=0$, $N(-\infty)=0$.

Подстановкой $N=yx$, $x=\exp(-z/2)$ имеем:

$$d^2y/dx^2-2V(xdy/dx+y)-4Lx^{2k}y+4Pxe^{1-x^2}=0, \qquad (9a)$$

где $P=q_0d_0$, $L=\beta_0/d_0$, $V=w/(d_0H)$, $d_0=D_0/H^2$. Численные значения использованных параметров таковы: $h_0=$ 180 km, $q_0=1000cm^{-3}s^{-1}$, $L=$ 100, 250; $H_0=40km$, $d_0=10^{-5}s^{-1}$, $n_0=2\cdot10^{10}cm^{-3}$, $\beta_0=10^{-3}s^{-1}$, $P=4\cdot10^{7}cm^{-3}$, $k=1$, 2. Расчёты показали, что с увеличением k от 1 до 2 концентрация электронов возрастает примерно в 5 раз, причём, уровень максимальной концентрации остаётся неизменным. При прочих фиксированных параметрах с изменением скорости дрейфа w от 0 до ±20 m/s концентрация N при w = + 20 m/s увеличивается почти в 3.5 раз, высота максимума коцентрации – в 1.5 раз по сравнению со значениями при w = 0; а при w = –20 m/s концентрация соответственно уменьшается 1.3 раза, а уровень максимума коцентрации опускается на высоту в 1.4 раз меньшую, чем при w = 0. С увеличением w форма кривой не меняется заметно, с увеличением же k профиль сужается. Можно сказать, что направленный вверх дрейф стремится перенести ионизацию от начального уровня к уровню с меньшей скоростью исчезновением заряженных частиц, вследствие чего средняя продолжительность существования ионов увеличивается, а максимум ЭК возрастает. Авторы делают прикидочные оценки времени установления равновесного распределения. При постоянных q, β и w в нижних слоях ионосферы, где диффузией можно пренебречь, время релаксации τ для каждого уровня порядка $\tau \sim 1/\beta$.

Согласно [57] выше максимума концентрации плазмы N_m, где преобладает диффузия, диффузионное равновесное распределение устанавливается за время τ = $1/d(h_m) \approx 1/\beta(h_m) \sim 10^4\ s$ [45, 58, 59]. Среди рассмотренных работ, касающихся стационарных решений уравнения амбиполярной диффузии до 1960 г., одной из наиболее важных является работа [56]. Полученное ими уравнение будет не раз использоваться другими авторами. В обзоре [60] Ришбет, подводя итоги результатов экспериментальных и теоретических исследований, ищет характерные для условий F-области постоянные, составленные из параметров ионосферы q, α, β и D/H^2. Различные мнения о значениях этих параметров объясняются экспериментальными трудностями их определения. Ришбет считает, что точность значительно возрастает при рассмотрении отношений: q/α, q/β, $r=\beta/\sqrt{\alpha q}$, $\beta H^2/D$, позволяющих описать особенности расслоения переходной области между слоями F1 и F2 (для случаев r 1, 2 и 3). Первые три соотношения не независимы, и поэтому недостаточны для определения параметров q, α, β, но полученные благодаря им данные, хорошо согласуются между собой. Более подробные сведения можно найти в [60, 48, 61]. Зависимость нормированной электронной концентрации N/N_m от высоты $(z-z_m)$, построенная в [56] и используемая многими упомянутыми выше авторами, показывает, что выше уровня максимума z > z_m ЭК чепменовское распределение чрезвычайно близко к распределению [56] при k = 1.1, а при z < z_m сходство обеспечивается при k = 2. Таким образом, в [56] получены результаты, согласующиеся с теоретическими выводами [45]. Но в отличие от последнего (объясняющего формирование максимума F2-слоя диффузией) получена более общая связь между параметрами ЭК: h_mF2 и N_mF2. Сделанный в этих работах вывод о зависимости h_mF2 и N_mF2 от величины и направления вертикальной скорости дрейфа для стационарного состояния качественно может быть применён и к нестационарному случаю. Однако, теория дрейфа оказывается недостаточной для объяснения поведения слоя F2 во время магнитных бурь, когда резко выраженное уменьшение ЭК сопровождается увеличением высоты слоя F2.

В работах [62, 63] численно решается уравнение амбиполярной диффузии. В первой работе авторы, следуя [56], рассматривают полное уравнение неразрывности для электронов в условиях ночной ионосферы. Рассчитана скорость вертикального дрейфа, w, показано, что при высокой магнитной активности значение w больше, чем в магнитоспокойные дни. Выявлены широтная зависимость и сезонные вариации ЭК. Самая сильная зависимость обнаружена от выбора коэффициента диффузии. Коэффициент рекомбинации β несущественно проявляет себя на средних и высоких широтах. Авторы отмечают, что учёт изменения температуры и состава атмосферы при магнитных бурях дал бы более близкие к реальным значения w (такое же заключение встречается и в работе [48]). Показаны методические возможности использования уравнения неразрывности с применением данных экспериментальных профилей N(h) для расчёта (оценки) скоростей вертикального дрейфа. В частности, показано, что скорость вертикального дрейфа, увеличиваясь после захода Солнца, достигает максимума в середине ночи и затем медленно убывает. Наблюдается линейный рост скорости в интервале высот h = 310-320 km, она постоянна до h = 370 km, затем в интервале высот h = 380-410 km вновь наблюдается линейный рост. С увеличением геомагнитной широты $(15-60^0)$ средняя скорость меняется от 5 до 30 m/s. Согласно наблюдениям 6-7 июня 1958 г., интервал изменения w в магнитоспокойные ночи составлял 0-45 m/s, а в магнитовозмущённые ночи 35-65 m/s. Для вертикального дрейфа ионизированной компоненты, вызванного горизонтальными ветрами U в нижней ионосфере, используется формула $w=U\sin I\cos I$, откуда явствует, что в средних широтах эта скорость максимальна при магнитном наклонении $I=45^0$ и стремится к нулю к полюсу и экватору. В расчётах [62] кривая зависимости $w=f(I)$, не меняя знака кривизны, в F2-области растёт от 0 до 60^0 выпуклостью к оси I. Однако несколько иная зависимость получается для вертикального дрейфа в F2-области, найденная в [64]: $w_d=(E_y/B)\cos I+U\sin I\cos I$, здесь w_d означает вертикальный дрейф, обусловленный влиянием других эффектов, отличных от диффузии. Догерти даёт выражение для уравнения амбиполярной диффузии

$$\frac{\partial N}{\partial t}=q-L-\frac{\partial}{\partial z}(Nw_d)+\sin^2 I\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{1}{\nu_i}\left(\frac{2k}{m_i}\frac{\partial(TN)}{\partial z}+Ng\right)\right], \qquad (10)$$

где m_i, ν_i – соотвественно, масса и частота столкновения ионов с нейтральными молекулами, k – постоянная Больцмана, $2kT/m_i\nu_i=D$. Для вычисления w_d необходимо знание E_y и U. Догерти делает упрощение, полагая U = 0. Тогда движение частиц обуловлено диффузией и электрическим полем. Предполагается, что нейтральный воздух не может двигаться вертикально вверх, но благодаря столкновениям с заряженными частицами, ускоряется в горизонтальном направлении. При отсутствии горизонтальных сил получено, что $u=U=-(E_y/B)\mathrm{cosec}\,I-(eE_p/m_i\nu_i)ctg\,I$, $E_p=(2k/Ne)\partial(TN)/\partial z+m_i g/e$; тогда $w_d=-(e/m_i\nu_i)E_p\cos^2 I$, $w=-(e/m_i\nu_i)E_p$. Таким образом, Догерти удалось избавиться от множителя $\sin^2 I$ в уравнении (10) и свести его к виду:

$$\frac{\partial N}{\partial t}=q-L+\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{1}{\nu_i}\left(\frac{2k}{m_i}\frac{\partial(TN)}{\partial z}+Ng\right)\right]. \qquad (11)$$

Это уравнение одинаково пригодно в случае вертикального магнитного поля или без него.
В ряде работ по динамике ветров показано, что из-за зависимости концентрации ионов от высоты, эффект торможения ионов приводит к изменению скорости ионов с высотой, и это должно быть отражено в уравнении непрерывности. Если сделанные Догерти допущения верны, то морфология F-области не объясняется теорией динамо. Поэтому Догерти предполагает, что имеются и другие причины горизонтальных движений нейтрального воздуха, как, например, приливные и тепловые силы. Пока эти силы не исследованы, уравнение (10) не является полным.

В теоретической работе Шмеловского [63] полагается. что уравнение амбиполярной диффузии применимо к области высот от 300 до 1500 km, как единой целой Распределение ЭК в этой области определяется влиянием фотоионизации, рекомбинации и диффузии. Автор исходит из стационарного уравнения диффузии (9а), полученного в работе [56], без учёта дрейфового члена, и уравнения для ночной рекомбинации. Сначала исследуется асимптотическое поведение уравнения для определения хода температуры плазмы и нейтрального газа; причём, для конечных высот отличие оказывается незначительным. Применяются аналитические (в функциях Бесселя с комплексным аргументом) и численные методы решения задачи.

Шмеловский анализирует случай изотермической и неизотермической ионосферы и показывает, на основе расчётов по данным измерений параметров ионосферы, что температура плазмы может в полтора раза превосходить температуру нейтрального газа. При этом существенны сезонные различия между ними. Анализируя (9а), Ришбет и Баррон [56] показали, что на малых высотах важна температура нейтрального газа, а на больших высотах – температура плазмы. Шмеловский, следует указаниям [56], для пересчёта z на h, строит схематическую модель распределения температуры, используя данные наблюдений. Используются следующие значения ионосферных параметров: H = 80 km, $\Phi_\infty=0.75\cdot10^{10}\,cm^{-2}$ (квантовый поток), $\sigma=10^{-17}\,cm^2$, $g_0=0.34\cdot10^{-3}\,cm^{-3}s^{-1}$ – общее число электронов на уровне максимума фотоионизации, $n=1.25\cdot10^{10}\,cm^{-3}$, $h_m=200\,km$, $nD=0.75\cdot10^{19}\,cm^{-1}s^{-1}$, $d_0=0.95\cdot10^{-5}\,s^{-1}$, $\beta_0=2\cdot10^{-3}\,s^{-1}$, $k=1.6$, – для построения вертикальных профилей ЭК. Качественные исследования показали, что форма слоя мало меняется вплоть до зенитного угла $\sim70^0$; поэтому равновесную концентрацию автор соотносит к полуденному F2-слою, а концентрацию, полученную для чистой 10-часовой рекомбинации – к полуночному. Довольно близкими оказались расчётные значения полного содержания электронов до высоты 900 км (дневного $4.8\cdot10^{17}\,m^{-2}$ и ночного $1.5\cdot10^{17}\,m^{-2}$) и экспериментальные (дневного $4.7\cdot10^{17}\,m^{-2}$ и ночного $1.85\cdot10^{17}\,m^{-2}$). Анализ показывает, что в теоретической модели величина h_mF2 занижена, а рекомбинация в действительности убывает быстрее теоретической, и вместо $\beta=2\exp(-1.6z)$ следует брать $\beta=5\exp(-2z)$. По расчётам, от зимнего полушария к летнему и от летнего к зимнему, направлены потоки плазмы, соответственно равные $1.9 \cdot 10^8$ и $4.5 \cdot 10^8 cm^{-2}s^{-1}$. В среднем результирующий поток, направленный от летнего полушария к зимнему $G = 2.6 \cdot 10^8 cm^{-2}s^{-1}$. Для приведённых выше суточных колебаний общего содержания электронов в 900 км столбе необходим полуденный поток порядка $7-8 \cdot 10^8 cm^{-2}s^{-1}$.

Однако, Хенсону [65] кажется маловероятным, чтобы перенос ионизации между полушариями мог сильно повлиять на величину ЭК вблизи максимума слоя F2. Он считает, что ионы O^+ (из-за кулоновских сил отталкивания) в верхней части области F являются довольно значительным барьером для потоков протонов H^+, входящих в протоносферу и выходящих из неё. Хенсон [65] также отмечал, что для обеспечения наблюдаемой аномалии требуется поток ионов порядка $5 \cdot 10^8 cm^{-2}s^{-1}$, действительный же поток оказался на порядок больше. Полный поток вверх в летнем полушарии не должен превышать $2.5 \cdot 10^7 cm^{-2}s^{-1}$.

Кол [66] расматривает эту проблему с другой стороны. Он оценивает временной интервал, необходимый для установления аномалии. Вопрос состоит в том, способен ли электронно-ионный поток, возникающий в момент восхода Солнца в летнем полушарии, в течение нескольких часов доставить достаточное количество заряженных частиц в максимум слоя F северного полушария. Поток считается равным $4.5 \cdot 10^8 cm^{-2}s^{-1}$, что значительно превосходит значение, даваемое Хенсоном. По грубым оценкам, время перехода протона из летнего полушария в зимнее (от $50^0 N$ до $50^0 S$) до уровня 600 km (где начинается перезарядка: $H^+ + O \to O^+ + H$) порядка 3 ч. Кол рассматривает диффузию частиц ионов O^+ между двумя сопряжёнными точками летнего и южного полушарий.Согласно расчётам, на перекачку плазмы из летнего полушария в зимнее требуется не менее 8 часов. Сравнение с данными наблюдений (методом [56]) приводит к противоречивым результатам относительно времени возникновения и направления потока ионов в летнем полушарии и времён появления максимума F2 в зимнем полушарии. Кол приходит к заключению, что диффузия между сопряжёнными точками не может объяснить сезонную аномалию. Анализ расчётов показывает, что полученные Колом и Хенсоном результаты ставят под сомнение правильность гипотезы Ротвелла-Шмеловского о причинах возникновения сезонной аномалии в F-слое ионосферы.

Детальный анализ стационарных решений уравнения амбиполярной диффузии дан в статьях Боухилла [67, 43]. Позднее они подробно разобраны в работах [68, 25, 26]. Боухилл [67] предполагает, что: 1) ионосферная плазма образуется за счёт фотоионизации атомарного кислорода ($O + h\nu \to O^+ + e$), тогда функция ионизации $q = q_0 \exp(-a_1 z)$; 2) рекомбинация ионов O^+ осуществляется на нейтральных молекулах типа XY, и $\beta = \beta_0 \exp(-a_2 z)$, $a_1 \neq a_2$; 3) коэффициент амбиполярной диффузии зависит от концентрации молекул нейтральной атмосферы и равен $D = D_0 \exp(a_3 z)$; 4) концентрация ионов кислорода и соответствующих им электронов при условиях диффузионного равновесия равна $n = n_0 \exp(-a_4 z)$; здесь $a_1 = 2a_4$, $a_1 = 1/H_i$, $a_2 = 1/H_M$, $a_3 = 1/H_a$, $a_4 = 1/H$. При сделанных допущениях уравнение баланса ионизации в общем случае имеет вид:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = q - \beta N + D\left[\frac{\partial^2 N}{\partial z^2} + (a_3 + a_4)\frac{\partial N}{\partial z} + a_3 a_4 N\right]. \qquad (12)$$

Важное значение имеют верхнее (нисходящий поток плазмы $G = D(N' + a_4 N)$, где $N' = \partial N / \partial z$) и нижнее ($N \sim \exp[(a_2 - a_1)z] \to 0$, $z \to -\infty$, т. к. практически во всех случаях $a_2 > a_1$) граничные условия. Так как β очень быстро уменьшается с высотой, то значительная часть ионов кислорода, образующихся на больших высотах, диффундирует вниз с образованием нисходящего потока во всей атмосфере, Поскольку все ионы восстанавливаются за счёт фотоионизации атомарного кислорода, нисходящий поток должен стремиться к нулю на бесконечности, где концентрация атомов кислорода мала. Это даёт первое граничное условие G = 0; оно эквивалентно тому, что электронная плотность на больших высотах ведёт себя как $\exp(-a_4 z)$. Второе (нижнее) граничное условие выводится фактически из того, что при $z \to -\infty$ последние два члена уравнения (12) в нижних слоях ионосферы становятся значительно больше первых трёх. Для иллюстрации особенностей решения были рассмотрены четыре типа моделей атмосферы, в свете рассмотрения которых классифицируются известные исследования [31, 29, 45, 56]. Отметим, что экспоненциальное изменение параметров ионосферы, принятое в работе Боухилла, подтверждается измерениями оптической толщины ультрафиолетового излучения Хинтеррегером [69].

Позднее исследования Боухилла были развиты в работах [68, 25], где было показано, что полученная в работах Боухилла близость точки максимума слоя и точки пересечения кривых распределения коцентрации для случая фотохимического равновесия и случая, когда действуют ионизация, нейтрализация и диффузия, не является случайной. Поляков считает, что при слабой интенсивности источников максимум квазиравновесного диффузионного слоя стремится к уровню фотохимического равновесия (q = L). Он сравнивает результаты своих расчётов с данными экспериментальных измерений N(h) по ионограммам, ракетным измерениям, измерениям методом некогерентного рассеяния. Получив хорошее совпадение результатов расчётов с данными наблюдений, он заключает, что результаты различных экспериментов вполне сопоставимы. Из работ [68, 25] следует, что в стационарных условиях вертикальное распределение ЭК вблизи максимума слоя F2 в нижней его части и во всей области выше максимума близко по форме к квазиравновесному диффузионному распределению. Ионизационно-рекомбинационные процессы слабо влияют на форму этого слоя, управляя положением его максимума на уровне фотохимического равновесия.

Среди обзорных работ, важное место занимают работы [70, 72, 48, 68, 71, 50,]. В первой работе [70] основное внимание уделяется вопросам влияния на свойства ионосферы различного рода возможных в ионосфере движений плазмы. Во второй работе [72] детально анализируются параметры ионосферы, раскрывается роль различных физических процессов, обсуждаются проблемные вопросы. В работе [48] подытоживаются результаты экспериментальных и своих теоретических исследований. Уточняются параметры ионизации, рекомбинации, диффузии в различных слоях ионосферы на основе модели атмосферы CIRA-1965. В обзоре Полякова [68] довольно подробно рассматриваются теоретические выкладки основных работ, касающихся изучения F2-области ионоферы, с привлечением экспериментального материала. В большой обзорной статье Йонедзава [50], используя известные сведения о параметрах ионосферы и нейтральной атмосферы, полученные японскими исследователями, решает уравнение амбиполярной диффузии ионосферной плазмы и сравнивает результаты своих расчётов с результатами других авторов, в частности, с работой [71].

Особое место занимают работы, в которых решается уравнение амбиполярной диффузии при нелинейном законе зарядообмена и диссоциативной рекомбинации. Это, главным образом, работы [73, 74, 75, 28, 76]. Авторы, анализируя экспериментальные данные, считают, что ионосфера является существенно нестационарной. Для обсуждения её динамической структуры в деталях, необходимо задать правильный вид члена исчезновения электронов L в уравнении неразрывности для электронной концентрации. Шимадзаки [76] отмечает, что полученные им результаты могут быть использованы в теоретических исследованиях F-области ионосферы, в частности, могут помочь изучению временных вариаций профилей ЭК. Однако, применение простой формы члена исчезновения электронов для нижней части F-области не является верным.

Представляет интерес теоретическая работа [73], в которой изучается влияние нелинейной рекомбинации на распад ночной F-области $L=\alpha\beta_0\exp(-2z)N^2[\alpha N+\beta_0\exp(-2z)]^{-1}$, а члены диффузии и дрейфа выбираются в их простейшей форме. Он пользуется уравнением неразрывности

$$\frac{\partial N}{\partial t}=-\frac{\alpha\beta_0 e^{-2z}N^2}{\alpha N+\beta_0 e^{-2z}}+\frac{\partial}{\partial z}\left[d_0 e^{z}\left(\frac{\partial N}{\partial z}+\frac{N}{2}\right)\right]+\frac{w}{H}\frac{\partial N}{\partial z}, \qquad (13)$$

где $w=const>0$, т.е. скорость дрейфа направлена сверху вниз. Решение уравнения ограничено, если поток ионизации при $z\to\infty$ стремится к нулю и разумно выбран профиль ионизации при t = 0. Вводятся обозначения $\zeta=\exp(-z/2)$, $\tau=\beta_0 t$, $c=w/2\beta_0 H$, $\gamma=\beta_0/\alpha N_0$, N_0- удобный нормирующий параметр, уровень z = 0 выбирается таким образом, чтобы выполнялось условие $d_0/4\beta_0=1$; $N/N_0=x\zeta^{-1/2}\exp(cx^2\upsilon/4)$, где $x=-\lg\zeta$.

В результате преобразований уравнение (13) записывается в канонической форме, удобной для численного интегрирования:

$$\frac{\partial \upsilon}{\partial \tau}=\zeta^2\frac{\partial^2\upsilon}{\partial\zeta^2}+\left(\frac{1-2c-c^2x^2}{4}-\frac{x^4}{1+\gamma x^3\zeta^{1/2}\upsilon^{-1}\exp(-cx^2/4)}\right) \qquad (14)$$

с граничными условиями: $\upsilon=0$ при $\zeta=0$, $\frac{\partial \upsilon}{\partial \zeta}-\frac{\upsilon}{2}=0$ при $\zeta=1$. Параметр γ характеризует степень нелинейности (в данном случае порядка 10^{-2}, что соответствует случаю умеренной нелинейности). Коэффициент N_0 представляет собой максимум ЭК в профиле N(z). Отметим, что если $\upsilon=\upsilon(\zeta,\tau,\gamma)$ является решением уравнения (14), то решением этого уравнения будет также $a\upsilon=\upsilon(\zeta,\tau,a,\gamma)$. Как видим, решение может быть неоднозначным. Также произволен и выбор начального профиля ЭК, но решение зависит от него. Результаты численных расчётов представлены для четырёх типов моделей ионосферы, которые показали, что влияние нелинейных эффектов на вариацию максимальной концентрации не очень заметно. Асимптотическая скорость разрушения максимума концентрации не чувствительна к выбору начального распределения, и расхождение между оценками по линейной и нелинейной моделям не превышает 15 %. Вариации высот максимальной концентрации z_m зависят главным образом от параметра дрейфа c. При c = 0 различие высот максимума концентрации находится в пределах 10 %. На малых высотах значение концентраций в нелинейной модели, больше, чем в линейной.

Итак, из сравнения линейной и нелинейной теорий области F можно сделать следующие выводы: 1) скорость падения концентрации в максимуме слоя по нелинейной теории на 10-15 % происходит медленнее, чем по линейной, а z_m расположен ниже на 10 %; 2) профили слоя значительно отличаются от известных по линейной теории. Из этих двух выводов наиболее важен второй. Хотя детали трудно сопоставимы с данными наблюдений, тем не менее, эта теория способна объяснить наличие ионизации между E- и нижней F-областями. Электронная концентрация расширяющейся хвостовой части особенно чувствительна к дрейфовой скорости.

2.6. Аналитические методы решения уравнения амбиполярной диффузии

$$\frac{\partial N}{\partial t}=\frac{D_0e^{z}}{H_a^2}\left[\frac{\partial^2 N}{\partial z^2}+(\delta+1)\frac{\partial N}{\partial z}+\delta N\right]-\beta_0e^{-pz}N-\frac{1}{H_a}\frac{\partial(Nw)}{\partial z}+q(z,t), \qquad (15)$$

после вышерассмотренных работ, получили дальнейшее развитие в ряде работ исследователей других стран [77, 78, 79, 41, 42, 80, 81, 82-93, 27].

В работах [77, 78] уравнение (1) решается для следующих случаев:

1) чистая диффузия:

$$\partial N/\partial\tau=e^{z}\left[\partial^2N/\partial z^2+(\delta+1)\partial N/\partial z+\delta N\right],\quad \tau=D_0t/H_a^2; \qquad (15a)$$

2) неоднородное уравнение с наличием q и без учёта рекомбинации:

$$\partial N/\partial\tau-e^{z}\left[\partial^2N/\partial z^2+(\delta+1)\partial N/\partial z+\delta N\right]=q(z,\tau), \qquad (15b)$$

при начальном условии $N(z,0)=n_0(z)$, и при наличии источника на бесконечности, с конечной величиной создаваемого им потока, меняющегося во времени.

Полученные результаты могут быть верны выше уровня 260 км, где характерное время диффузии меньше времени рекомбинации. В простейшем случае процессы рекомбинации учитываются заданием нулевого граничного условия на нижней фиксированной высоте (z = 0), где происходит исчезновение зарядов всех частиц, приносимых сюда диффузионным потоком.

Методом разделения переменных было получено частное решение (15a) в интегральной форме через интеграл Фурье-Бесселя от начального распределения $n_0(z)=\ \delta(z-z_0)$. с помощью которого строится функция Грина. Опуская детали, выпишем решение уравнения (15a):

$$N(z,t)=\int_{-\infty}^{+\infty}n_0(z_0)G_{\pm}(z,\tau;z_0)dz_0\,. \qquad (16)$$

В рассмотренном случае асимптотические выражения для функций Грина $G_{\pm}$:

$$G(z,\tau,0)=\exp\left[-\left(\frac{\delta+1}{2}+\frac{\nu}{2}\right)z-\frac{1}{\tau}(e^{z}+1)\right],\ G_{+}=\frac{\exp(-x-e^{-x})}{\tau^{\nu}\Gamma(\nu+1)},\ G_{-}=\frac{\exp(-x\delta-e^{-x})}{\Gamma(\delta)}, \quad (17)$$

где $x=z+\ln\tau$, в точности являются чепменовскими слоями. Во времени – это опускающиеся под действием силы тяжести слои: G_{+} – с убывающей амплитудой, а G_{-} – с постоянной. Решения, в которых используется G_{+}, определяют распределения концентрации, создаваемые потоком на бесконечности. Процессы установления и развития возмущений в ионосфере описываются решениями, в которых используется G_{-}. В первом случае (G_{+}) полное число частиц в столбе атмосферы с единичным сечением убывает во времени, а в последнем (G_{-}) остаётся постоянным. Потоки заряженных частиц на бесконечности для G_{+} конечны (сначала возрастают, а затем убывают), а для G_{-} поток на бесконечности стремится к нулю. Требование конечности потока на бесконечности в случае G_{+} при убывающей концентрации приводит к неограниченному росту скорости, что лишено физического смысла. Любое же ограничение скорости означает стремление потока частиц на бесконечности к нулю (случай G_{-}).

В случае неоднородного уравнения диффузии (15b) сначала рассматриваются простые случаи задания $q=\delta(z-z_0)\delta(\tau-\tau_0)$, $N(z,0)=n_0(z)$, при наличии источника на бесконечности, с конечной величиной создаваемого им потока, меняющегося во времени. Соответствующие им решения можно выразить с помощью тех же функций Грина и модифицированных функций Бесселя второго рода. В случае произвольного потока решения находятся операционными методами посредством функции Уиттекера.

В работах [79, 41, 42] аналитические решения уравнения (15) были применены к реальным процессам. В первой работе рассматривается та же задача, но с учётом исчезновения частиц и однородного вертикального ветра или дрейфа. В случае чистой диффузии имеют место опускающиеся в поле силы тяжести характерные слои чепменовского типа без дальнейшего перераспределения в них концентрации. Как следует из данной работы, учёт рекомбинации приводит к тому, что опускающий слой, сформированный процессом диффузии, устанавливается на определённом уровне с несколько иной формой профиля ЭК. Авторы работы [79] решают уравнение диффузии при единственном ограничении, они полагают p = 1. Однако это не является помехой для объяснения роли однородного ветра или дрейфа в поддержании ночной F-области ионосферы. Как и ранее, общее решение ищется методом разделения переменных в виде рядов по обобщённым полиномам Лагерра. В данном случае, аналогично (17), также получены наглядные и удобные для анализа асимптотические выражения, показывающие как при наличии рекомбинации в нижней ионосфере, опускание слоя замедляется. Затем слой останавливается, а форма его, после новой перестройки, остаётся неизменной:

$$G_{+}\approx\exp\left[-z-(\hat{\beta}/2-c/4a)e^{-z}\right],\ G_{-}\approx\exp\left[-\delta z-(\hat{\beta}/2-c/4a)e^{-z}\right], \quad (18)$$

где $a=D_0/4H_a^2$, $c=w/2H_a$, $\hat{\beta}=(c^2/4a^2+\beta_0/a)^{1/2}$.

Как видим, квазичепменовская форма распределения концентрации заряженных частиц в ионосфере (но с другим множителем при второй экспоненте) является единственно возможной формой слоя без источников. Этот член играет роль в нижних слоях ионосферы, где рекомбинация велика. В результате как бы происходит перемещение слоя, как целого, вверх с уменьшением концентрации, но с сохранением чепменовской формы.

Авторы, на основе стационарных решений, ещё раз останавливаются на выводах о потоках и скоростях ионизации на больших высотах. Следует строго различать не имеющие физического обоснования решения с конечными потоками на бесконечности (G_{-}) и решения с нулевыми потоками на бесконечности (G_{+}), что было показано в работах [30, 26]. Остаются в силе представления о диффузионных потоках на конечных высотах: стационарные состояния возможны лишь при наличии источников ионизации в атмосфере. По этой причине авторы критикуют исследователей [95], проводивших разного рода оценки потоков на бесконечности и их вариаций, исходя из стационарных решений. Для времени жизни ночного слоя и уровней максимумов распределения концентрации заряженных частиц получены простые формулы:

$$T_H=\frac{2}{\delta}\left[\left(\frac{1}{T_D T_\beta}+\frac{w^2}{H_a^2}\right)^{1/2}-\frac{w}{H_a}\right]^{-1},\quad z_m^+=\ln(\hat{\beta}/2-c/4a)=z_m^-+\ln\delta,\quad z_m^-=\ln\frac{\hat{\beta}/2-c/4a}{\delta},$$

на основе которых сделаны вышеприведённые выводы. Выполненные расчёты для p = 1, однако, должны рассматриваться как приближённые, т.к. ближе к действительности значение p = 1.75. Тем не менее, основную аналитическую задачу определения в линейном приближении динамических свойств ионосферы в общих чертах авторы считают решённой.

В последующих работах [41, 42] авторы исходят из аналогии между уравнением амбиполярной диффузии и уравнением Шредингера для квантового осциллятора и сводят задачу динамики F-слоя к задаче Штурма-Лиувилля. Впервые записав уравнение амбиполярной диффузии в матричной форме, они используют его для дальнейшего аналитического исследования. На основе этой аналогии авторы приходят к выводу о наличии в планетарной ионосфере подобия потенциальной ямы с крутыми краями, в которой должна быть сосредоточена основная масса заряженных частиц ионосферы. При этом форма высотных профилей N(h) может контролироваться лишь динамическими процессами в сравнительно узком интервале высот. Нижняя часть ионосферной потенциальной ямы определяется главным образом рекомбинацией, а верхняя – в основном диффузией и гравитационным полем. Сама "яма" в соответствии с изменениями температуры заряженных частиц и концентрации нейтральных частиц, по выражению авторов, "плавает" в верхней атмосфере.

С этих новых позиций вновь рассматриваются различные частные случаи [78, 30, 34, 35, 79]: 1) w = 0, $\beta_0 = 0$; 2) δ =1/2, k = 0, w ≠ 0, $\beta_0 \neq 0$, p = 1; 3) p ≠ 1, k ≠ 0 (здесь авторы, как ранее Тюен [40], применяют теорию возмущений); 4) p = 1 (подробно изучен в [79]). Ввиду ограниченности места мы не можем подробно останавливаться на указанных работах [41, 42], лишь отметим, что в отличие от более ранних исследований (например, [30, 40]) математические выражения в новой формулировке получили глубокое физическое содержание, раскрыты новые возможности аналитических методов решения уравнения амбиполярной диффузии электронно-ионного газа в гравитационном поле Земли.

2.7. Остановимся на других аналитических решениях уравнения амбиполярной диффузии [95, 80, 81, 96, 83, 87, 93], опубликованных в специальных выпусках.

В работе [80] решается нестационарное уравнение непрерывности для электронно-ионного газа (электроны и ионы атомарного кислорода) применительно к ночной F2-области ионосферы с учётом рекомбинации и диффузии заряженных частиц. Авторы приводят уравнение непрерывности к безразмерной, по отношению к пространственной и временной переменным, форме, выбирая начальное распределение в виде функций Чепмена и задавая постоянные значения концентрации на границах области F2:

$$e^{-z}\frac{\partial N}{\partial\tau}=\frac{\partial^2 N}{\partial z^2}+\frac{3}{2}\frac{\partial N}{\partial z}+\left(\frac{1}{2}-\gamma e^{-3z}\right)N, \qquad (19)$$

$$N(z,0)=N_{m_0}\exp\left[\alpha(1-z-e^{-z})\right],\ N(z_1,t)=N_1,\ N(z_2,t)=N_2, \qquad (20)\text{-}(21)$$

где

$z=(h-h_{m_0})/H$, $\gamma=\beta_{m_0}H^2/D_m\sin^2 I$, $\tau=tD_{m_0}\sin^2 I/H^2$, $\delta=1/2$ – безразмерные величины, выраженные через значения параметров ионосферы на уровне максимума концентрации заряженных частиц. Решение уравнения (19) представляет собой сумму решения уравнения (19) с нулевыми граничными условиями и начальным условием (20) и решения стационарного уравнения (19) с граничными условиями (21). Первое решение находится методом разделения переменных в виде рядов с экспоненциально убывающей во времени амплитудой ($e^{-\lambda\tau}$), второе –в специальных функциях Бесселя и Макдональда. Из анализа решения следует, что лишь в начальные моменты времени существен спад ЭК по экспоненте: начиная с некоторого момента времени, ЭК стремится к постояноному значению. Авторы находят простое приближённое выражение для высоты максимума концентрации, соответствующее большим временам – фактически стационарному распределению концентрации, и простое выражение для потока продольной амбиполярной диффузии на верхней границе слоя. Причём, постановка задачи и её решение могут быть обобщены на случай задания на верхней границе области F2 постоянного во времени потока частиц. Полученные результаты по специфичности граничных условий могут быть сравнены со стационарным решением [98] в аналогичной задаче; при стремлении концентрации плазмы на нижней границе к нулю, эти решения совпадают. Интересен вывод авторов об однозначности нахождения выражения для высоты максимума слоя h_mF2 в случае нестационарной задачи, когда задано начальное условие (в то время как известно [100], что в стационарном случае нельзя избавиться от неоднозначности решения, и приходится прибегать к нормированной записи). В работе [96] в общем виде и более детально обсуждается вопрос однозначности решения уравнения амбиполярной диффузии и анализируются наиболее важные теоретические работы с точки зрения корректности выбора начального и граничных условий. Сравнение результатов различных расчётов затруднено ввиду отсутствия общепринятого подхода к вопросу о граничных условиях в теории области F2. Приведём некоторые результаты работы [100], в которой численными методами решалось уравнение амбиполярной диффузии при различных значениях концентрации на верхней границе области F2. В частности, если на высоте верхней границы области h = 600 km концентрация плазмы принимает значения $1.3\cdot10^4 \div 5.4\cdot10^4\ cm^{-3}$, то максимальное значение концентрации меняется в пределах $5.74\cdot10^5 \div 7.69\cdot10^5\ cm^{-3}$, высота максимума слоя h_mF2 меняется в пределах 265÷280 km (например, при N (600 km) = $3\cdot10^4\ cm^{-3}$, $h_mF2 \approx$ 270 km, $N_m \approx 6.43\cdot10^5\ cm^{-3}$). Как видим, изменения параметров не сильно зависят от изменения концентрации на верхней границе области.

В работах [81, 82] исследуется влияние на распределение ЭК в ночной F-области ионосферы потока плазмы сверху вниз, на верхней её границе. Решаются стационарная и нестационарная задачи для чистой диффузии и для совместного действия диффузии и рекомбинации.

В работе [100] изучаются условия образования главного максимума F-области ночной ионосферы и влияние различных факторов на распределение ЭК на основе решения стационарного уравнения диффузии

$$\frac{d}{dz}\left[D_0 e^{z/h}\left(\frac{\partial N}{\partial z}+\delta\frac{N}{H}\right)\right]-\beta_0 e^{-pz/H}N=0, \qquad \text{для} \quad (-\infty<z<\infty) \qquad (22)$$

$$\lim_{z\to\pm\infty} N(z)=0.$$

Решение находится с помощью специальных функций (функций Макдональда). Построенные профили концентрации N(z) являются типичными чепменовскими слоями. Из зависимостей высот максимумов концентрации от δ, при фиксированных значениях p, следует, что с увеличением величины p максимум слоя опускается. Это объясняется тем, что увеличение p приводит к уменьшению используемого коэффициента рекомбинации вида $\beta=\beta_0\exp(-pz/H)$. Кроме того, с увеличением p растёт grad β, а это приводит к сужению области высот, где могут образоваться максимумы слоя. Влияние D, β, T (температуры) на высоту максимума связано с изменением времени диффузии и рекомбинации: $T_D \sim H^2/D$, $T_\beta \sim 1/\beta$. При уменьшении T_β частицы рекомбинируют на больших высотах и максимум соответственно поднимается вверх. Наоборот, при увеличении T_β частицы проникают на более низкие уровни и максимум опускается вниз. Изменение T_D приводит к противоположному эффекту. В нижней ионосфере (h < 130 km) также рассматривается стационарная диффузия плазмы с нелинейной рекомбинацией. Получены приближённые выражения для z_m и показано, что выше уровня максимума концентрации не имеет значения природа рекомбинации, она существенна лишь ниже этого уровня.

В работе [82] для полупространства методом разделения переменных получено решение нестационарного уравнения чистой диффузии в виде разложения по функциям Бесселя,

:

$$N(z,t)=e^{-z/H}\left[N_0+\sum_m c_m J_0(\mu_0 e^{-z/2H})\exp\left(-\frac{D_0\mu_m^2}{4H^2}t\right)\right], \qquad (23)$$

где N_0 – значение концентрации на нижней границе области, μ_m – корни уравнения $J_0(\mu)=0$, а c_m – коэффициенты, определяемые из начальных условий. Трудность расчёта по этой формуле возникает при малых t, поэтому авторы решали задачу численно. Расчёты показали, что сформировавшийся профиль ЭК опускается как целое, без изменения формы. Из формулы (23) следует, что равновесное значение достигается при $t \to \infty$, однако численные расчёты показывают, что это время конечно для любой высоты.

Для бесконечного пространства получается простое частное решение задачи для любого δ:

$$N(z,t)=N_0\left(1+\delta t e^{z/H}\right)e^{-(\delta+1)z/H}, \qquad z=0,\ H^2/D_0=1.$$

Это решение имеет интересную особенность: поток плазмы G = Nv на данной высоте постоянен во времени ($G=N_0 H\exp(-\delta z/H)$). В рассмотренной задаче для полупространства поток со временем уменьшается (в связи с наличием конечного устойчивого состояния в процессе перестройки). Для тяжёлых газов поток меньше, чем для лёгких, но во всех случаях поток обращается в нуль на бесконечности. Скорость диффузии v = $H/\left(e^{-z/H}+\delta t\right)$. При больших z скорость частиц v = H/δt не зависит от высоты, т.е. все частицы движутся с одинаковой скоростью.

Далее авторы вычисляют скорость распространения возмущения концентрации (по высоте): $R=\frac{\partial}{\partial t}\int_z^\infty n dz$, где $n=n_0\exp(-z/H)$ – концентрация основной составляющей. Оказывается, что $R=const=n_0 H$, т.е. возмущение в атмосфере распространяется с постоянной и вполне определённой скоростью. Из выражений $D_0=b(T,m)/n_0$, $H=kT/mg$ видо, что R есть функция (T, m).

Здесь же авторы дают ещё два решения уравнения диффузии. Первое решение в зависимости от комбинации $x=t\exp(z/h)$, (0 < x < ∞), при $H^2/D_0=1$, является ограниченным во всей области: $N(z,t)=N_0 t^{-1}\exp[-z/H-t^{-1}\exp(-z/H)]$, – т.е. слой типа чепменовского, непрерывно опускающийся со скоростью v = H/t и сохраняющий форму [77, 78]. Легко рассчитать величину $R=n_0 H$, т.е. и в этом случае слой опускается с той же скоростью. Второе решение, полученное для δ = 1/2 при наличии потока G, включает функцию ошибок Гаусса, испытывает более быстрое пространственное затухание.

В работе [101] методом конечных разностей, решается нестационарное уравнение амбиполярной диффузии с учётом рекомбинации для объяснения ночного всплеска N и на уровне h_m слоя F2 ионосферы. На нижней границе области задаётся постоянная концентрация N_0, на верхней – изменяющийся во времени поток (с использованием экспериментальных данных). Анализ результатов расчётов профилей ЭК показал сильную их зависимость от вида потока на верхней границе. Например, амплитуда изменения h_m и момент наступления максимального значения h_m связаны со скоростью роста потока G(t). Вариации N также отражают изменение потока. Исследуя поведение потоков, инерционность профилей ЭК, скорость перемещения возмущений, автор приходит к выводу, что учёт изменяющегося во времени потока заряженных частиц из экзосферы в область F даёт принципиальную возможность объяснить наблюдаемый ночной всплеск N и h_m.

Работа [81] является продолжением исследований роли потоков заряженных частиц на верхней границе в динамике области F. Анализ данных косвенных и непосредственных наблюдений указывает на существование потоков плазмы G из протоносферы в ионосферу (на верхней границе области F, на высоте 600÷700 км, G $\approx 1\div5\cdot10^8$ $cm^{-2}s^{-1}$). Используя это, они изучают эффект, вызываемый направленным вниз потоком диффузии в ночной ионосфере. Таким образом, решается нестационарное уравнение

$$\frac{\partial N}{\partial t}=D_0\frac{\partial}{\partial z}\left[e^{z/H}\left(\frac{\partial N}{\partial z}+\frac{N}{2H}\right)\right]-\beta N, \tag{24}$$

при начальном и граничном условиях

$$N(z,0)=f(z),\quad \left(\frac{\partial N}{\partial z}+\frac{N}{2H}\right)_{z=z_b}=-\frac{G_b}{D_0\exp(z_b/H)},\qquad (-\infty<z\le z_b),$$

где начальное распределение f(z) представляет собой ночной стационарный слой F, поддерживаемый граничным потоком плазмы G_b (со ступенчато меняющимся характером от G_{b1} до G_{b2}).

Анализ результатов численных расчётов позволил сделать следующие важные выводы: 1) в вариациях h_m наблюдается отчётливо выраженный максимум; 2) амплитуда изменения h_m прямо, а время релаксации обратно пропоциональны изменению потока G_b; 3) решение уравнения (24) можно представить в виде суммы фонового стационарного начального распределения *f(z)* и опускающегося слоя [82]. Последнее следствие легко объясняет первое. Авторы считают, что повышение уровня h_m связано с потоками диффузии на верхней границе (чисто динамический эффект) и не связано с процессом рекомбинации. Последний вывод очень важен. Он позволяет значительно упростить задачу и получить аналитическое выражение для описания рассмотренной выше картины. В качестве примера решается нестационарная задача чистой диффузии при нулевом начальном распределении. С помощью обозначений: $N = ux$, $x = exp(-z/2H)$, $\xi=x-x_1$, $x_1=\exp(-z_b/2H)$, уравнение (24) сводится к виду обычного уравнения теплопроводности для полупространства. В соответствии с 3-им выводом окончательно можно записать

$$N(x,t)=f(x)+\frac{2HG_{b2}}{D_0}\left\{x(x-x_1)[1-\Phi(\psi)]-\frac{2a\sqrt{tx}}{\sqrt{\pi}}e^{\psi^2}\right\},\tag{25}$$

где $\Phi(\psi)$ – функция ошибок, $\psi=(x-x_1)/2a\sqrt{t}$.

Сравнение данного решения с численным даёт качественное совпадение, особенно хорошее выше максимума слоя, где рекомбинацией можно пренебречь. Из (25) видно, что опускающийся слой пропорционален потоку G_{b2}. Поэтому слой начинает (выше и раньше) выделяться на фоне начального *f(z)*-распределения, и h_m раньше достигает своего максимального значения.

Эти вопросы были развиты и обсуждены детально в работах [61, 97]. Авторы основываются на развитой ими нестационарной аналитической модели F-области и оценивают роль потоков плазмы и меридиональных ветров (u_x) в суточных вариациях ионизации и её распределении в F-области на средних и низких широтах. Распределение ЭК в F-слое в общем случае, при учёте лишь главных компонентов движения и электрического поля, авторы [97] описывают следующим образом:

$$\frac{\partial N}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial z}(Nw)-q-L+\frac{\partial}{\partial z}\left[\left(\sin^2 I+\frac{\alpha_{in}}{q_i^2}\right)D_a\left(\frac{\partial N}{\partial z}+\frac{N}{H_p}\right)\right],\tag{26}$$

где w = $u_x$sin I cos I + $v_E\cos I$, $v_E=cE_y/B$, (z = $r-r_0= h=h_0$)/. Начало отсчёта находится на расстоянии h_0 от поверхности Земли, r_0 – расстояние от центра Земли, α_{in} – отношение частоты соударений ионов с нейтральными частицами к полной частоте соударений ионов, q_i – отношение гирочастоты ионов к полной частоте соударений ионов, $L=\beta_0\exp(-z/H)N$, $H=H_p/2$, $D_a=D_{a0}\exp(z/H)$, w = const (z); при z = 0: $\beta_0=D_0/4H^2$, $D_0=D_{a0}(\sin^2 I+\alpha_{in}/q_i^2)$.

Для функции Грина получено выражение,

$$G(z,z',t)=\sqrt{\frac{\varepsilon}{2\pi}}\frac{x'}{H}\frac{\sqrt{x}}{x'}\frac{ch\left[\sqrt{xx'}/sh(t/\tau_0)\right]}{\sqrt{sh(t/\tau_0)}}\exp\left[\frac{wt}{4H}-\frac{wH}{2D_0}(x-x_0)-\frac{\varepsilon}{2}(x+x_0)cth(t/\tau_0)\right],$$

где $x=\exp(-z/H)$, $\varepsilon^2=1+w^2/(4\beta_0D_0)$, $\tau_0=\sqrt{H^2/(\beta_0\varepsilon^2D_0)}$.

Если $N(z,0)=N_0(z)$, $q=q(z,t)$ и имеется поток плазмы сверху вниз $P_\infty=-P$, то решение уравнения (26) имеет вид:

$$N(z,t)=N_1(z)+\int_0^\infty dz'[N_0(z')-N_1(z')]G(z,z',t)+\int_0^t d\tau\int_0^\infty dz'[q(z',\tau)+q_1(z',\tau)]G(z,z',t-\tau), \quad (27)$$

где

$$N_1(z)=-2PHD_0^{-1}e^{-z/H}, \quad q_1(z)=2PHD_0^{-1}\left(\beta_0 e^{-2z/h}-wH^{-1}e^{-z/H}\right).$$

Здесь же обобщается решение (27) для зависящего от времени потока плазмы P = P(t):

$$N(z,t)=N_1(z)+\int_0^\infty dz'[N_0(z')-N_1(z',0)]G(z,z',t)+$$

$$+\int_0^t d\tau\int_0^\infty dz'\left[q(z',\tau)+q_1(z',\tau)-\frac{\partial N_1(z',\tau)}{\partial\tau}\right]G(z,z',t-\tau). \quad (28)$$

Авторы отмечают самое важное следствие, вытекающее из (28): скорость изменения концентрации $\partial N/\partial\tau$ можно в некоторых случаях рассматривать как источник ионизации (см. также [17]).

Для периодических q(z, t) и P(t)

$$N(z,t)=N_1(z)+\int_0^\infty d\tau\int_0^\infty dz'\left[q(z',t-\tau)+q_1(z',t-\tau)-\frac{\partial N_1(z',t-\tau)}{\partial t}\right]G(z,z',\tau). \quad (29)$$

Для интегрирования данного выражения авторы записывают функцию ионизации в форме, близкой к наблюдаемой:

$$q=q_0x\exp(-\lambda x), \quad x=\exp(-z/H)=\exp[-(h-h_0)/H], \quad q_0=q_{m0}\exp[1-(h_0-h_{q0})],$$
$$\lambda=\sec\chi\exp[-(h_0-h_{q0})], \quad \sec^{-1}\chi=\sin\delta\cos\theta-\cos\delta\sin\theta\cos\omega t,$$
$$q=q_{m0}\exp\{1-(h-h_{q0})/H-\sec\chi\exp[-(h-h_{q0})]\}=q_0x\exp(-\lambda x).$$

Полученное после интегрирования (29) по координате x выражение позволяет лишь оценить высоту максимума стационарного слоя и для больших высот найти асимптотическое представление. Поэтому проведено численное интегрирование (29). При условиях h_{q0} = 180 km, H = 50 km, $q_{m0}=1700\,cm^{-3}s^{-1}$, $D_a(180)=5\cdot10^9 cm^2s^{-1}$, $\beta(180)=5\cdot10^3 s^{-1}$, $P_0=10^9 cm^{-2}s^{-1}$, $\alpha_{in}/q_i^2=0.005$ были найдены: 1) полученные значения N_m, h_m для различных широт при P = 0 и 2) суточные вариации N_m, h_m для различных широт при w = 0.

В первом случае анализ результатов расчётов показывает, что ветры, дующие к полюсу, приводят к уменьшению h_m и N_m. Физическое объяснение этого явления в том, что в этом случае меридиональные ветры вызывают направленный вниз перенос ионизированной компоненты, в то время как при ветре, направленном к югу, наоборот, имеет место перенос ионизации вертикально вверх. На экваторе эти изменения выражены более сильно. Кривые $N_m(I)$ и $h_m(I)$ при ветре, дующем с подсолнечной стороны, смещаются к этой точке (примерно на 3^0). Ветер, дующий через экватор, вызывает смещение пика $N_m(I)$ примерно на 10^0 в сторону, противоположную направлению ветра. На основе этих выводов с помощью меридиональной циркуляции (в нижних слоях – слой E – ветер направлен к полюсу, а в верхних – F-слой – к экватору) объясняется, качественно и количественно, экваториальная аномалия. В то же время оговаривается способность ветровой теории конкурировать с электродинамической теорией. Потоки диффузии при приближении к экватору быстро спадают, что приводит к неодинаковому подъёму слоя вблизи широт с наклонением $I\approx\pm\ 20^0$. На умеренных широтах образуется "двугорбый профиль" $N_h(I)$ с минимумом при I = 0, на больших высотах "одногорбый профиль" с максимумом при I = 0.

Электродинамический дрейф перемещает "двугорбую" кривую $N_h(I)$ на большие высоты с одновременным увеличением характерных размеров "ложбины".

Во втором случае поток $P(t)=P_0[a+\cos(\omega t+\varphi)]$($t$ = 0 – полночь), источник включался в 6.00 LT и выключался в 18.00 LT . Результаты расчётов согласуются с экспериментальными данными: ночью h_m выше, а N_m меньше, чем днём, поток плазмы $P\approx 10^9 cm^{-2}s^{-1}$. Уменьшение N_m в предутренние часы перед восходом Солнца объясняется малой интенсивностью q и P; время релаксации порядка 4 часов. Показана зависимость кривых h_m и N_m от фазы потока днём и ночью и скорости изменения потока во времени (при малых ω влияние последней мало). Характерное время становления слоя $\tau_0=\sqrt{\tau_\beta\tau_D}$ ($\tau_\beta=4\tau_D$ при z = 0) (см.[77]). Полученное авторами "дневное" значение максимума концентрации $N_m\approx 0.7q_m/\beta_m$ на высоте, где $\beta_m\approx 1.5D_m/H^2$, сравнивается с её значениями по [56]: $N_m\approx 0.75q_m/\beta_m$ на высоте, где $\beta_m=(0.6\div 1.0)D_m/H^2$. Для ночной ионосферы соотетственно получены выражения: $N_m\approx 1.6P_0H/D_0$ и $\beta_m=(1/24)D_m/H^2$. Авторы заключают, что построенная нестандартная модель F2-слоя ионосферы позволяет проводить полуколичественные оценки влияния различных динамических факторов на пространственно-временные вариации параметров слоя F2.

3. Собственные исследования

3.1. Как мы видели выше, получить в общем виде точное нестационарное решение уравнения амбиполярной диффузии

$$\frac{\partial N}{\partial t}=D(z,I)\left[\frac{\partial^2 N}{\partial z^2}+(\delta+1)\frac{\partial N}{\partial z}+\delta N\right]-L(z,t)+q(z,t) \qquad (30)$$

не удаётся. Поэтому оно упрощается или применяются приближённые и численные методы решения [25, 81, 97, 99, 80].

В работе [83] в (30) не учитываются последние два члена, и при постоянном значении коэффициента диффузии, осреднённом во времени и пространстве, находится точное аналитическое решение. Задача нестационарной чистой диффузии для полупространства была решена в работе [102]. В дальнейшем эта задача была обобщена для нестационарного случая, когда одновременно действуют процессы амбиполярной диффузии, рекомбинации, дрейфовых вертикальных движений и ионообразования [103, 87]. Решается уравнение амбиполярной диффузии:

$$\frac{\partial N}{\partial t}-D\left[\frac{\partial^2 N}{\partial z^2}+(\delta+1)\frac{\partial N}{\partial z}+\delta N\right]+\beta N+\frac{w}{H_m}\frac{\partial N}{\partial z}=q(z,t)$$

при следующих начальных и граничных условиях:

$$N(z,0)=f(z)=ce^{-az},\ N(0,t)=0,\ N(\infty,t)=0.$$

Решение имеет вид суммы:

$$N(z,t)=f(z)+\varphi(z,t)+F(z,t)$$

здесь $\varphi(z,t)$ удовлетворяет однородному уравнению диффузии без правой части и предельным условиям:

$$\varphi(z,0)=0,\ \varphi(0,t)=-c,\ \varphi(\infty,t)=0,$$

$$\varphi(z,t)=-\frac{ce^{-az}}{2}\left[erfc\left(\frac{z}{2\sqrt{Dt}}+\frac{b}{2}\sqrt{Dt}\right)+e^{-bz}erfc\left(\frac{z}{2\sqrt{Dt}}-\frac{b}{2}\sqrt{Dt}\right)\right],$$

где

$$a=(1+\delta_1-b),\ b=\sqrt{(1+\delta_1)^2-4\delta_2},\ \delta_1=\delta+w/H_mD,\ \delta_2=\delta-\beta/D.$$

функция Грина

$$G(z,\eta,t)=\int_0^t \exp\left(-\frac{\eta^2}{4D\tau}+\frac{1+\delta_1}{2}\eta-\frac{Db^2}{4}\tau\right)\times$$
$$\times\exp\left(-\frac{z^2}{4D(t-\tau)}-\frac{1+\delta_1}{2}z-\frac{Db^2}{4}(t-\tau)\right)\frac{z\,d\tau}{4\pi D\sqrt{\tau(t-\tau)^3}}-$$
$$-\frac{1}{2\sqrt{\pi Dt}}\exp\left[-\frac{(z-\eta)^2}{4Dt}-\frac{(1+\delta_1)}{2}(z-\eta)-\frac{Db^2}{4}t\right],$$

и $F(z, t)$ находится с помощью интеграла

$$F(z,t)=\int_0^t d\tau\int_0^\infty q(\eta,\tau)G(z,\eta,t-\tau)d\eta\,.$$

Отсюда, как частные случаи, получаются результаты [25, 83]. При t → ∞ электронно-ионного газа N стремится к стационарному распределению, т.е. любое конечное отклонение концентрации N от стационарного значения с течением времени исчезает. Время релаксации при этом равно:

$$\tau\approx\frac{0.36}{(1+\delta_1)^2-4\delta_2}\tau_0,$$

где $\tau_0\approx 40H_m^2/(D_0\sin^2 I)$ – время релаксации для чистой диффузии. Поправочный множитель при τ_0 в приведённой формуле обусловлен рекомбинацией и вертикальным дрейфом, соотношение между которыми, как следует из формулы, может существенно менять величину времени релаксации τ. При q →0 и t →∞ получаем обобщённую формулу для стационарного распределения

$$N_{st}=N_0e^{-az}\left(1-e^{-bz}\right),$$

где a и b учитывают диффузию, рекомбинацию, вертикальный дрейф; отсюда видна роль указанных факторов в распределении концентрации электронно-ионного газа.

При малых временах $N\approx N_0\,erf\left(z/2\sqrt{Dt}\right)$. Так как для малых z, $N(z, t)$ = 0, а для больших $N(z,t)=N_{st}\,erfc\left(z/2\sqrt{Dt}\right)$, то при малой толщине возмущённого слоя происходит резкое пространственное падение концентрации до нуля, а в возмущённых слоях большой толщины изменение концентрации в пространстве происходит значительно медленнее. Для стационарных значений N_m и z_m получены формулы, обобщающие результаты [25]:

$$N_m=Ne^{-az_m}b/(a+b)=N_0e^{-(a+b)z_m}b/a,\ z_m=b^{-1}\ln\left(1+b/a\right);$$

для нестационарного z_m, нахождение которого аналитически связано большими трудностями, выведена эмпирическая формула: $z_m\approx 0.65/\left(\sqrt{Dt+0.3}\right)$.

Расчёты показали, что учёт дрейфа и рекомбинации приводит к уменьшению времени релаксации. Вертикальный профиль N(h) в нижней части приближается к чепменовскому, а в верхней имеется расхождение с чепменовской кривой. Она проходит ниже рассматриваемой кривой, так как , в итоге, рекомбинация и вертикальный дрейф приводят к возрастанию концентрации. Расчёты τ по приведённой выше формуле для максимума F-слоя ($z=z_m$), при типичных значениях параметров ионосферы, показывают, что для положительного дрейфа время релаксации сильно уменьшается от 4 до 1 ч и менее, в то время как при отрицательном дрейфе оно может сильно возрасти до 8 ч и более.

Получение явного выражения для F(z, t) возможно для конкретного вида функции ионизации q(z, t), в частности, в виде δ-функции или периодической функции времени, или простой экспоненты по z. В работе [87] определяется нестационарное решение уравнения амбиполярной диффузии при неоднородных граничных условиях, заданных в виде произвольных функций от времени: $N(z,0)=N^0(z)$, $N(0,t)=N_0(t)$, $N(\infty,t)=N_\infty(t)$.

Далее будет видно, что практически те же граничные условия выполняются и при конечной толщине диффузионных слоёв, даже не слишком больших. Коэффициенты D, β, δ, w берутся осреднёнными в пространстве и во времени и считаются постоянными. Это упрощает решение задачи и позволяет выяснить роль параметров ионосферы. С помощью обозначений $\Phi = N - N_m$, $Q(z,t) = q(z,t) - \partial N_\infty / \partial t + D\delta_2 N_\infty$ получаем нулевое граничное условие на бесконечности, форма уравнения остаётся неизменной. Уравнение решается методом, данным в [102, 103]. Ввиду не наглядной формы уравнения и самой функции Грина, применяется преобразование Лапласа. Учитывая, что подынтегральные выражения представляют собой свёртку двух функций, после нахождения оригинала, для функции Грина и решения Φ(z, t) получены выражения:

$$G(z,\eta,t) = \frac{\exp[(1+\delta_1)(\eta - z)/2 - Db^2 t/4]}{2\sqrt{\pi D t}}\left[e^{-(z-\eta)^2/4Dt} - e^{-(z+\eta)^2/4Dt}\right],$$

$$\Phi(z,t) = \int_0^t \Phi_0(\tau)\exp\left(-\frac{z^2}{4D(t-\tau)} - \frac{1+\delta_1}{2}z - \frac{Db^2}{4}(t-\tau)\right)\frac{z\,d\tau}{2\sqrt{\pi D(t-\tau)}} +$$

$$+ \frac{\exp(-Db^2 t/4)}{2\sqrt{\pi D t}}\int_0^\infty \Phi^0(\eta)\exp\left[-\frac{1+\delta_1}{2}(z-\eta)\right]\left[e^{-(z-\eta)^2/4Dt} - e^{-(z+\eta)^2/4Dt}\right]d\eta +$$

$$+ \int_0^t d\tau \int_0^\infty Q(\eta,\tau)G(z,\eta,t-\tau)\,d\eta .$$

Задавая конкретные начальные и граничные условия, легко можно произвести расчёты концентрации *N(z, t)* и получить для малых и больших *z* и *t* приближённые решения *N(z, t)*.

Рассмотрены частные случаи:

a) $\Phi^0(z) = ce^{-az}$, c = const, N_0 = const, $q = q_0 = \text{const}$, $N_\infty = -q / D\delta_2$, откуда получается обобщение найденного авторами ранее решения; получено (с точностью до 5%) выражение для толщины диффузионного слоя: $h - h_0 = \pi H_m / a$.

b) в узком интервале высот функцию ионизации можно представить посредством δ-функции в виде: $q(z,t) = q_0\delta(z-\eta)\delta(t-\tau)$.

Тогда решение неоднородного уравнения с нулевыми предельными условиями совпадает с функцией Грина:

$$N(z,t) = q_0\frac{\exp[(1+\delta_1)(\eta - z)/2 - Db^2(t-\tau)/4]}{2[\pi D(t-\tau)]}\left\{\exp\left(-\frac{(z-\eta)^2}{4D(t-\tau)}\right) - \exp\left(-\frac{(z+\eta)^2}{4D(t-\tau)}\right)\right\}.$$

Определение величины *N(z, t)* и анализ результатов расчётов показывает, что при w > 0 (скорость дрефа направлена вверх) и с возрастанием её величины время релаксации уменьшается от 1.5 ч до 50 мин (ср. [102, 103]), а численное значение концентрации плазмы возрастает. При w < 0 время релаксации с увеличением величины скорости растёт от 1.5 до 3 ч, а концентрация плазмы уменьшается. В обоих случаях роль рекомбинации существенна. Так, например, время релаксации, рассчитанное для чистой диффузии (τ ~ 4 ч) уменьшается из-за рекомбинации в 2.5 раза. Для β = 0 и w = 0 концентрация и толщина дифузионного слоя меньше их значений при β≠ 0 и w ≠0. При направленном вверх дрейфе и концентрация, и толщина диффузионного слоя возрастают. Значения же этих величин при w < 0 лежат ниже значений с w > 0. Уровень z_m для β ≠ 0 и w > 0 опускается на 10 км вниз по сравнению со случаем чистой диффузии, а при w < 0 уровень максимальной концентрации поднимается на 20 км.

В этой работе представлен также широтный ход концентрации, который правильно отражает реальную картину. Показано, что образование приэкваториального "седла" распределения ЭК зависит от соотношения между концентрациями на нижней и верхней границах рассматриваемого слоя ионосферы. Изучено поведение построенной функции Грина для различных значений скорости дрейфа и моментов времени. При малых временах функция Грина имеет резкий максимум, уменьшающийся в 3.5 раза при возрастании промежутка времени в 10 раз. Значения функции Грина практически не меняются при учёте рекомбинации и дрейфа. Это объясняется, по-видимому, тем, что для малых времён распределение ЭК в ионосфере в основном определяется диффузией.

3.2. В работе [84] решается стационарное уравнение амбиполярной диффузии (при учёте рекомбинации с постоянным значением коэффициента рекомбинации β) с нулевыми граничными условиями в пространстве ($-\infty, \infty$). Полученное элементарное решение,

$$N = A\exp(1-\frac{h}{2H}-2\sqrt{\beta / D_0}\, e^{-h/2H}),$$

сходно с классическим решением Чепмена для функции ионообразования. Ещё раз становится очевидным, что совместное действие механизмов диффузии и рекомбинации приводит к распределению ЭК чепменовского типа. Роль аналога оптической толщины играет $2\sqrt{\beta / D_0}\exp(-h/2H)$. Можно, не исследуя на экстремум выражение для N, следовать этой аналогии и найти выражения для h_m и N_m: $h_m = 2H\ln 2 + 2H\ln\sqrt{\beta / D_0}$, $N_m = A\sqrt{D_0/\beta}/2$. Если N_0 – значение концентрации на высоте h_0, где $\beta = D_0$, то $h_0 = 2H\ln 2$, $A = 2N_0$,

$$N = N_0\exp\left[1-\frac{h-h_0}{2H}-\sqrt{\beta / D_0}\exp\left(-\frac{h-h_0}{2H}\right)\right].$$

Для диффузионно-рекомбинационного потока имеем $G = G_\infty \exp[-\sqrt{\beta / D_0}\exp(-z/2H)]$, где G_∞ – значение потока на бесконечности, $z = h - h_0$; скорость потока $\upsilon = \sqrt{\beta d_0}\, e^{z/2H}$ [106]. Тогда концентрация электронно-ионного газа $N \approx n_t G$, где $n_t = n_0\exp(-z/2H)$. Здесь можно провести аналогию с распределением функции ионообразования и потоком ультрафиолетового излучения J в стратифицированной атмосфере: $q = nJ$, $n = n_0\exp(-z/H)$, $J = J_\infty \exp[-\tau\exp(-z/H)]$. Таким образом, ночной профиль концентрации N в F-области ионосферы формируется диффузионно-рекомбинационным потоком G. Нетрудно видеть, что с увеличением высоты поток возрастает, скорость в общем случае должна убывать. Численные расчёты G и υ, проведённые по этим формулам для различной солнечной активности, подтвердили эти выводы как качественно верные.

В работе [90] была решена нестационарная задача амбиполярной диффузии при наличии рекомбинации и задании потока диффузии на верхней границе F-области. Обобщаются результаты работы [82]. Анализ полученных результатов проведён в работе [92]. При расчётах N(z, t) были использованы следующие значения параметров ионосферы : $z_h/2H = 5.8$, при t = 0, $G_h = 10^9\, cm^{-2}s^{-1}$; для z = 0, $h_0 = 120$ km, $D_0 = 10^{-5}s^{-1}$, H = 50 km. Если периоды колебаний T малы, то возмущение, перемещаясь вниз, не изменяет среднего распределения концентрации, причём, в области выше максимума N_m градиент концентрации увеличивается с высотой, а ниже максимума – остаётся постоянным. С увеличением периода колебаний возмущений градиент $\partial N/\partial z$ для верхней ветви высотного профиля ЭК также стремится к постоянному значению. Глубина проникновения (сверху вниз) возмущения для T = 10 min доходит до уровня 80 km и при T = 24 ч доходит до уровня 280 km, не проникая ниже. Средняя скорость опускания высоты h_m уменьшается ($\bar{v} \approx 600-4\ ms^{-1}$). Отсюда следует, что, зная частотный спектр перемещающихся возмущений, можно заранее предсказать, на каких высотах и уровнях какого рода возмущения можно регистрировать. Для фазовой скорости и длины возмущения авторы находят формулы:

$$v_{ph} = -\left(\frac{2\omega H^2 d_0}{\sqrt{\beta^2-\omega^2}-\beta}\right)^{1/2} e^z,\quad \lambda = 2H\ln\left[1+\eta\left(\frac{2d_0}{\sqrt{\beta^2+\omega^2}-\beta}\right)^{1/2} e^z\right].$$

Для T, меняющегося от 1 ч до 10 мин (β = 0, 10^{-4}, $10^{-3}\ s^{-1}$), значения v_{ph} лежат между 70 и 120 ms^{-1}, а значения λ – между 70 и 140 km. Причём, чем больше глубина проникновения, тем меньше длина волны возмущения, с уменьшением же периода диффузионной волны увеличивается градиент спада длины волны.

3.3. В работе [88] решаются соответственно нестационарная стационарная задачи диффузии электронно-ионного газа в дневной части ионосферы. решения, полученные в пределе для нижней и верхней F-области (слоёв F1и F2), можно представить в виде произведения концентрации нейтральных (n) и заряженных (n_i) частиц на поток излучения J и диффузионно-рекомбинационный поток G: $N_1 \approx nJ$ и $N_2 \approx n_i G$, где $J = J_\infty \exp[-\tau_0 \exp(-h/H))]$, $G = G_\infty \exp[-\tau_0 \exp(-h/2H)]$. Анализ этих формул и численные расчёты показывают, что до высоты ~ 150 km преобладает направленный вверх ионизационно-рекомбинационный поток, а выше неё – диффузионно-рекомбинационный поток, направленный сверху вниз. В результате получается расслоенный высотный профиль ЭК с двумя (F1и F2) слоями, первый из которых формируется потоком УФ-излучения, второй – потоком диффузии.

Приведём, для физической ясности, полученные в [88] результаты в наиболее общей форме

$$N(h,t) = q_1(h) - \int_0^t q_2(h,T)\,dT + \int_0^t q_3(h,T)\,dT + \int_0^t q_4(h,T)\,dT\,, \tag{31}$$

где

$$q_1(h) = q_{01}\exp\{1-(h-h_{01})/2H - \operatorname{cosec} I \exp[-(h-h_{01})/2H]\},$$

$$q_2(h) = q_{02}\exp\{1-(h-h_{02})/H - \operatorname{cosec} I \exp[-(h-h_{02})/H]\},$$

$$q_3(h) = q_{03}\exp\{1-(h-h_{03})/H - \operatorname{cosec} I \exp[-(h-h_{03})/H]\},$$

$$q_4(h) = q_{04}\exp\{1-(h-h_{04})/H - \sec\chi \exp[-(h-h_{04})/H]\},$$

$$q_{01} = A\sqrt{D_0/4\beta}\operatorname{cosec} I\,,\quad h_{01} = h_0 - 2H\ln\sqrt{D_0/4\beta}\operatorname{cosec} I\,,$$

$$q_{02} = A\sqrt{D_0\pi}\,\frac{\exp[-\beta(t-T)]}{\sqrt{t-T}}\operatorname{cosec} I\,,\qquad h_{02} = h_0 - H\ln[D_0(t-T)\operatorname{cosec} I]\,,$$

$$q_{03} = B\sqrt{D_0/\pi}\,\frac{\exp[-\beta(t-T)]}{\sqrt{t-T}}\operatorname{cosec} I\,,\quad h_{03} = h_{02}\,,$$

$$q_{04} = q_0\,\frac{\exp[-\beta(t-T)]}{\sqrt{1+D_0(t-T)\sec\chi}}\operatorname{cosec} I\,,\qquad h_{04} = h_0 + H\ln[1+D_0(t-T)\sec\chi]\,.$$

Отсюда видно, что общее решение N(h, t) действительно выражается через модифицированные функции Чепмена q_1, q_2, q_3, q_4. При этом для sec χ = const и в общем случае для больших времён интеграл от $q_2(h,t)$ должен компенсировать $q_1(h)$, чтобы влияние начальных условий исчезло, а интегралы от q_3 и q_4 с течением времени должны формировать стационарный регулярный слой F.

Некоторые точные решения рассмотрены в работах [104, 105]. Предлагаются критерии подобия для амбиполярной диффузии в ионосфере: $Fe = \beta_0 H_0^2/d_0$, $Ch = q_0 H_0^2/N_0 d_0$, $Fo = d_0 T_0/H_0^2$ и $\mathrm{Re} = w_0 H_0/d_0$ (названные соответственно критериями Ферраро, Чепмена, Фурье и Рейнольдса) применительно к F1 и F2 слоям ионосферы.

4. Приближённые методы решения уравнения амбиполярной диффузии

До сих пор речь шла о точных аналитических решениях уравнения амбиполярной диффузии плазмы в F-слое ионосферы. Хотя и делались некоторые упрощения, решение получалось или в виде интегралов, не сводящихся к табличным, или в виде рядов и специальных функций (при учёте, например, наличия в ионосфере молекул азота, задача не может быть сведена даже к бесселевому типу). Поэтому проблема приближённого решения общего уравнения непрерывности для электронно-ионного газа с учётом всех основных физических процессов, протекающих в ионосфере, представляется более рациональной. Ниже рассматриваются работы, в которых для решения уравнения амбиполярной диффузии применяются приближённые методы.

4.1. В работе [91] применён метод ВКБ (Вентцеля-Крамерса-Бриллюэна) к решению стационарного уравнения неразрывности для плазмы ночной ионосферы при переменной по высоте рекомбинации и нулевых граничных условиях на бесконечности $N(-\infty)=0$ и $N(\infty)=0$:

$$\frac{d}{dz}\left[d(z,I)\left(\frac{\partial N}{\partial z}+\delta\frac{N}{H}\right)\right]-\beta_0\exp\left(-p\frac{z}{H}\right)N=0.$$

Здесь $d(z,I)=d_0\exp(2\delta z/H)\sin^2 I$. В случае произвольных δ и p уравнение не решается аналитически. В нулевом приближении с помощью подстановок: $N=ux$, $x=\exp(-\delta z/H)$, $k=p/2\delta$, $\alpha=2H\sqrt{\beta/d_0}$, – окончательно для N получим:

$$N=A\exp\left\{1-\delta\frac{z}{H}-\frac{2\operatorname{cosec} I}{p+2\delta}\sqrt{H^2\beta_0/d_0}\,\exp[-(p+2\delta)z/2H]\right\}$$

при условии $|kx^{k-1}|<<|\alpha x^{2k}|$. Это неравенство в F-области ионосферы имеет место до уровня максимума концентрации, однако выше максимума функция u меняется медленно. Сравнение с результатами численного интегрирования показало, что они близки друг к другу при $p=1$. Это позволяет ограничиться с достаточной точностью нулевым приближением. Распределения *N(z)* для различных p имеют одинаковый характер, меняются при этом лишь высота максимума и толщина слоя F: с увеличением p (от 0 до 2) высота максимума опускается, а толщина слоя уменьшается.

Численное решение нестационарного уравнения показывает, что, независимо от степени активности Солнца, изменение p существенно сказывается на временном ходе кривых ЭК (не меняя их характера). Из расчётов потоков плазмы видно, что они направлены сверху вниз, увеличиваются до максимума, а затем уменьшаются и исчезают на высоте примерно 200 км.

Для условий дневной ионосферы эта задача была обобщена в работе [89]. С помощью уравнения неразрывности в стационарном случае

$$\frac{d}{dz}\left[d_0(z,I)\left(\frac{\partial N}{\partial z}+\delta\frac{N}{H}\right)\right]\sin^2 I-\beta_0\exp\left(-p\frac{z}{H}\right)N+q_0\exp\left[1-\frac{z}{H}-\tau_0\exp\left(-\frac{z}{H}\right)\right]=0$$

при нулевых граничных условиях, заменой переменных, $N=ux$, $x=\exp(-\delta z/H)$, $k=p/2\delta$, $\alpha=2H\sqrt{\beta/d_0}$ и $Q_0=(q_0eH^2/\delta^2d_0)\operatorname{cosec}^2 I$, обычный метод ВКБ для нулевого приближения даёт:

$$u(x)=u_0\varphi_2(x)-[\varphi_2(x)-\varphi_1(x)]\int_0^\infty f_2(\zeta)d\zeta-\varphi_2(x)\int_0^x f_1(\zeta)d\zeta-\varphi_1(x)\int_0^x f_2(\zeta)d\zeta,$$

$$f_{1,2}=\frac{Q_0}{2\alpha}\zeta^{\frac{1-\delta}{\delta}-k}\exp\left(-\tau_0\zeta^{1/\delta}\pm\frac{\alpha}{k+1}\zeta^{k+1}\right),\qquad \varphi_{1,2}\exp\left(\pm\frac{\alpha}{k+1}x^{k+1}\right).$$

Последующие приближения на результат влияют незначительно и находятся методом итераций. Для ночной ионосферы скорость диффузии υ(z) и диффузионный поток G(z) соответственно равны:

$$\upsilon(z)=\frac{\sqrt{d(z)\beta(z)}}{2\delta},\ G(z)=G_0\exp\left\{-p\frac{z}{2H}-\frac{\alpha}{p+2\delta}\exp\left[-(p+2\delta)\frac{z}{2H}\right]\right\},G_0=-\frac{Ae}{2\delta}\sqrt{d_0\beta_0}\sin I.$$

Отсюда видно, что скорость диффузии зависит от кинетических параметров ионосферы, а поток при $p\neq 0$ достигает наибольшего значения на уровне максимума F2-слоя, обращаясь в нуль на $\pm\infty$.

Для дневной ионосферы при $p=0$ и $\delta=1/2$ приближённое решение совпадает с точным [84]. При $p=1$ и $\delta=1/2$ в выражении для u интегралы берутся легко и

$$N(z)=A\exp\left(1-\frac{z}{2H}-\sqrt{\frac{\beta_0}{D_0}}e^{-\frac{z}{H}}\operatorname{cosec} I\right)\left\{1-\frac{\sqrt{2\pi}\,Q_0}{4A\alpha e\sqrt{2\tau_0+\alpha}}\times\left[1-\sqrt{\frac{2\tau_0+\alpha}{2\tau_0-\alpha}}\operatorname{erf}\left(\sqrt{\tau_0-\frac{\alpha}{2}e^{-\frac{z}{2H}}}\right)-\right.\right.$$
$$\left.\left.-\exp\left(\alpha e^{-\frac{z}{H}}\right)\operatorname{erfc}\left(\sqrt{\tau_0+\frac{\alpha}{2}e^{-\frac{z}{2H}}}\right)\right]\right\}. \qquad (32)$$

Отсюда для малых высот также получается β-распределение Чепмена

$$N(z)=\frac{q_0}{\beta(z)}\exp\left(1-\frac{z}{H}-\tau_0 e^{-\frac{z}{H}}\right),$$

а для больших высот, как и раньше, получается чепменовское распределение, обусловленное диффузионно-рекомбинационным механизмом.

Построенные высотные профили концентраций $N(h)$ при $\beta=10^{-3}e^{-z/H}$, $p=1$, $\beta=\mathrm{const}=10^{-4}s^{-1}$, $A=5\cdot10^{5}cm^{-3}$, $H=5\cdot10^{6}cm$, $d_0=2.5\cdot10^{8}cm^2s^{-1}$, $q_0=5\cdot10^{2}cm^{-3}s^{-1}$, $\tau_0=15$, $h_0=180km$ показывают, что учёт переменности β даёт более реальную картину. Решение же для β = const представляет интерес, в силу его точности, и тем, что в общих чертах правильно описывает высотный ход $N(h)$.

Таким образом, найденное решение можно считать упрощённой теоретической моделью дневной ($q\neq0$) и ночной ($q=0$) областей F.

Задача стационарной ночной области F в слое конечной толщины [80] в работе [107] была решена методом ВКБ, где обобщённое выражение для концентрация имеет вид:

$$N(h)=N_m\exp\left[\frac{2\delta}{p-2\delta}-\frac{\delta(h-h_m)}{H}-\frac{2\delta}{p-2\delta}\exp\left(-\frac{p+2\delta}{2}\frac{h-h_m}{H}\right)\right].$$

Расчёты показывают, что задание ЭК на нижней границе слоя почти не влияет на высотный профиль концентрации, и поэтому всегда можно без большой погрешности пользоваться редуцированным граничным условием $N(-\infty)=0$. Это даёт возможность избавиться от второго решения, играющего второстепенную роль в формировании слоя. Кроме того, существенно облегчается получение аналитических решений в замкнутой форме. Такой вывод можно было предвидеть и заранее, имея в виду превалирующую роль рекомбинации над процессами переноса вблизи нижней границы слоя. На верхней границе превалируют процессы переноса, и поэтому задание условий на верхней границе должно сильно влиять на решение в широком диапазоне высот.

4.2. В работах [92, 105] для ограниченного пространства и для полупространства соответственно используется приближённый метод решения уравнения амбиполярной диффузии, аналогичный методу теории возмущений. В первой работе изучалось поведение ночного слоя F ионосферы, в которой распространяются волновые возмущения:

$$\frac{\partial N}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial z}\left[d_0e^{z/H}\left(\frac{\partial N}{\partial z}+\frac{N}{2H}\right)\right]\sin^2 I-\frac{\partial}{\partial z}(Nv_z)-\beta N,$$

при граничных условиях

$$d(z)\left(\frac{\partial N}{\partial Z}+\frac{N}{2H}\right)_{z=z_h}=G_h,\qquad N(-\infty,t)=0,$$

где $v_z=v_0e^{z/2H}\left(1+\varepsilon Ae^{i\omega t}\right)$, $d(z)=d_0e^{z/H}\sin^2 I$. Для получения решения в элементарных функциях в выражении для v_z пространственым изменением фазы пренебрегают. Здесь ω – частота, ε – малый параметр, A – отношение амплитуды волны к скорости дрейфа. Решение имеет вид

$$N=\frac{G_h}{z_0}\left(\frac{4A\varepsilon\sin\omega t}{\overline{\omega}}-\frac{1}{\alpha}\right)\exp\left[-\frac{z}{2H}-\alpha R\left(e^{-z/2H}-e^{-z_h/2H}\right)\right]-$$
$$-\frac{4A\varepsilon\alpha G_h}{v_0\overline{\omega}\sqrt{k^2+l^2}}\exp\left[-\frac{z}{2H}-kR\left(e^{-z/2H}-e^{-z_h/2H}\right)\right]\sin\left[\omega t-\varphi-lR\left(e^{-z/2H}-e^{-z_h/2H}\right)\right],\quad(33)$$

где $\alpha=\left(1+\sqrt{1+\overline{\beta}}\right)/2$, $\overline{\beta}=\beta/\omega_0$, $\overline{\omega}=\omega/\omega_0$, $k,l=f(\overline{\omega},\overline{\beta})$, $R=2v_0H/d_0\sin^2 I$.

Численные расчёты при значениях параметров: $h_h=500\,km$, $G_h=10^{8}cm^{-2}s^{-1}$, $h_0=200\,km$, $D_0=10^{8}cm^2s^{-1}$, $v_0=2\cdot10^{2}cms^{-1}$, $v_1=10^{3}cms^{-1}$, $I=60^0$, $\omega=1/74\cdot10^{-3}s^{-1}$, $\beta=10^{-4}s^{-1}$ показали, что волнообразное возмущение с периодом T = 1 ч вызывает колебание $h_m F2$, высоты максимума концентрации плазмы N, с амплитудой до 20 км. Колебание же концентрации N существенно на уровне максимума концентрации и уменьшается по мере удаления от неё вверх и вниз. Во второй работе для периодически меняющихся во времени параметров ионосферы решение уравнения диффузии выражается в элементарных функциях.

4.3. Прежде чем перейти к подытоживанию настоящих результатов в виде упрощённой модели ночной F-области ионосферы, рассмотрим новый наиболее общий метод решения уравнения амбиполярной ионосферы. Во всех рассмотренных выше известных работах для получения аналитических решений пользуются заранее заданными конкретными моделями для коэффициентов диффузии, рекомбинации и для вертикального дрейфа. Следовательно, с самого начала на решение накладываются определённые ограничения, обусловленные выбором модели. Поэтому представляет интерес получить аналитическое выражение для высотного профиля ЭК, в которое процессы переноса и исчезновения заряженных частиц войдут в виде произвольных функций своих аргументов.

На основе развитого ниже метода, довольно простым аналитическим путём, показано, что форма высотного профиля ЭК в ночной F-области ионосферы не зависит от конкретного вида коэффициентов переноса и исчезновения частиц и обусловлена лишь стратификацией атмосферы.

Для простоты ограничимся рассмотрением уравнения (34), удовлетворяющего граничным условиям (35)

$$\frac{d}{dz}\left[d(z)\left(\frac{dN}{dz}+\delta\frac{N}{H}\right)\right]-\beta(z)N=0\,, \qquad (34)$$

$$N(-\infty)=0\,, \qquad \left(\frac{dN}{dz}+\delta\frac{N}{H}\right)_{z=z_h}=-\frac{G_h}{d(z_h)}\,. \qquad (35)$$

Выбор граничных условий в виде (35) не ограничивает общности полученных ниже результатов. Здесь $d(z)=d_0\sin^2 I\, f(z)$, $\beta(z)=\beta_0\varphi(z)$, $f(z)$ и $\varphi(z)$ – произвольные функции высоты,которые не будем пока конкретизировать.

Введём поток диффузии

$$G(z)=-d(z)\left(\frac{dN}{dz}+\delta\frac{N}{H}\right) \qquad (36)$$

и подстановку $N=(x+x_1)u(x)$, где $x=e^{-\delta z/H}-e^{-\delta z_h/H}$ и $x_1=e^{-\delta z_h/H}$. Из уравнений (34) и (36) получим следующую систему дифференциальных уравнений первого порядка относительно u и G:

$$\frac{dG}{dx}=\sigma(x)u\,, \qquad \frac{du}{dx}=\alpha(x)G\,, \qquad (37)$$

где

$$\sigma(x)=\frac{H\beta(x)}{\delta}\,, \qquad \alpha(x)=\frac{H}{\delta d(x)(x+x_1)^2}\,. \qquad (38)$$

Введением новой функции

$$y(x)=u(x)/G(x) \qquad (39)$$

из системы (37) получим уравнение Риккати для определения $y(x)$:

$$\frac{dy}{dx}+\sigma(x)y^2=\alpha(x)\,. \qquad (40)$$

После того, как из уравнения (40) найдено $y(x)$, функция u легко определяется квадратурой из второго уравнения системы (37):

$$u(x)=u(0)\exp\left(\int_0^x \frac{\alpha(x)}{y(x)}dx\right), \quad (41)$$

где $u(0)$ – значение $u(x)$ в точке $x = 0$. Найдя $u(0)$ из формулы (39) и используя (41), для ЭК, диффузионного потока и скорости диффузии получим следующие выражения:

$$N(x)=G(0)y(0)(x+x_1)\exp\left(\int_0^x \frac{\alpha(x)}{y(x)}dx\right). \quad (42) \qquad G(x)=G(0)\frac{y(0)}{y(x)}\exp\left(\int_0^x \frac{\alpha(x)}{y(x)}dx\right), \quad (43)$$

$$v_D(x)=\frac{1}{x+x_1}[y(x)]^{-1}. \quad (44)$$

Из (42) следует, что распределение ЭК с высотой имеет строго чепменовскую форму (т.е. представляет собой произведение простой экспоненты на двойную). Причём чепменовская форма слоя с характерным максимумом обусловлена исключительно стратификацией атмосферы и совершенно не зависит от процессов переноса и исчезновения частиц. Изменения с высотой коэффициентов диффузии и рекомбинации отражаются лишь на показателе двойной экспоненты через функции $y(x)$ и $\alpha(x)$.

Действительно, для однородного ($H \to \infty$) полупространства ($0 < h < \infty$), для которого, при $d(x)=const=d_0\sin^2 I$, $\beta=\beta_0$, непосредственное интегрирование уравнения (34) с граничными условиями $N(0)=N_0$, $N(\infty)=0$ даёт тривиальный результат: $N(z)=N_0\exp(-\operatorname{cosec} I\sqrt{\beta_0/d_0}\,z)$.

Т.е. в однородной среде ЭК под действием диффузии и рекомбинации должна выравниваться как простая экспонента без образования слоя с характерным максимумом на определённой высоте. Аналогичный результат получается и при заданном на верхней границе области потоке плазмы.

Формула (44) раскрывает физический смысл функции $y(x)$. С точностью до безразмерного числового множителя ($x+x_1$) обратная величина $y(x)$ совпадает со скоростью диффузии; при отсутствии стратификации ($H \to \infty$, $x+x_1 \to 1$) совпадение будет точным.

Итак, вопрос определения концентрации, потока и скорости диффузии плазмы нам удалось свести к решению уравнения Риккати относительно $y(x)$, которое имеет ряд преимуществ перед первоначальным уравнением (34). Введение функции $y(x)$ по формуле (39) даёт возможность, с одной стороны, заменить граничное условие второго рода (35) в точке x = 0 граничным условием первого рода. Тем самым существенно облегчается построение функции Грина и нахождение точных аналитических решений. С другой стороны, так как соотношение $y(x_0)=u(x_0)/G(x_0)$ выполняется во всём интервале изменения x, где x_0 – любая внутренняя точка рассматриваемого интервала, то её с самого начала можно выбрать в максимуме слоя F. Для ночного профиля ЭК хорошо известны основные экспериментальные значения параметров.

Понижается порядок дифференциального уравнения, что позволяет для уравнения Риккати использовать лишь нижнее граничное условие, которое для ночной F-области ионосферы всегда можно выбрать более или менее корректно.

Кроме известных точных решений, которые можно использовать в готовом виде, уравнение Риккати хорошо поддаётся методу последовательных приближений (метод ВКБ, метод слоёв Жордана, метод сведения к интегральному уравнению и т.д.), что позволяет с любой наперёд заданной степенью точности найти аналитическое выражение для приближённого решения уравнения (34). Для уравнения Риккати подробно разработаны численные методы , позволяющие, в принципе, решать задачи для широкого класса изменения функций $\sigma(x)$ и $\alpha(x)$.

Определение $y(x)$ численными методами, согласно (42)-(44), позволяет одновременно находить ЭК, диффузионный поток и скорость диффузии, в то время как численное интегрирование уравнения (34) определяет лишь ЭК.

4.4. В качестве иллюстрации метода рассмотрим несколько частных случаев, обобщающих известные точные и приближённые аналитические решения уравнения (34).

1. Пусть $\beta(z)=const=\beta_0$, $d(z)=d_0\sin^2 I e^{2\delta z/H}$, тогда в пространстве x коэффициенты $\alpha(x)=\alpha_0=H/\delta d_0\sin^2 I$, $\sigma(x)=\sigma_0=\beta_0 H/\delta$ постоянны и общее решение уравнения (40) для

однородного полупространства ($0 \le x < \infty$) имеет вид: $y_0 = -\sqrt{\alpha_0 / \sigma_0} = -1/\sqrt{\beta_0 d_0 \sin^2 I}$. Здесь выбран знак минус, так как согласно (42) концентрация $N(x)$ должна исчезать при $x \to \infty$; y_0 постоянна во всём пространстве, она будет постоянной и в точке $x = 0$, и из (39) получим: $y_0 = u_0/(G(0) - G_h)$.

Интегрируя (42) и переходя к прежним переменным, легко найдём точное решение уравнения (34) для любого изменения параметра δ:

$$N(z) = \frac{G_h \operatorname{cosec} I}{\sqrt{\beta_0 d_0}\, e} \exp\left[1 - \delta z / H - \sqrt{\frac{\beta_0 H^2}{\delta^2 d_0}} \operatorname{cosec} I \left(e^{-\delta z/H} - e^{-\delta z_h/H}\right)\right]. \qquad (45)$$

При $\delta = ½$ и $z_h \to \infty$ решение (45) обобщает точное решение [84].

2. Пусть $\beta(z) = \beta_0 \exp(-pz/H)$, $d(z) = d_0 \sin^2 I e^{2\delta z/H}$, где p – параметр, учитывающий молекулярный состав атмосферы. Применяя к уравнению Риккати (40) метод ВКБ и ограничиваясь, для простоты, нулевым приближением, имеем: $y_0(x) = (x + x_1)^{-p/2\delta} / \sqrt{\beta_0 d_0 \sin^2 I}$, тогда $y_0(0) = x_1^{-p/2\delta} / \sqrt{\beta_0 d_0 \sin^2 I}$. Подставляя эти значения $y(x)$ в выражение (42) и интегрируя, получаем найденное в работе [89] приближённое решение уравнения (34) для любых значений p и δ:

$$N(z) = \frac{G_h \operatorname{cosec} I\, e^{-pz_h/2H}}{\sqrt{\beta_0 d_0}\, e} \exp\left[1 - \frac{\delta z}{H} - \frac{1}{p + 2\delta} \sqrt{\frac{\beta_0 H^2}{\delta^2 d_0}} \operatorname{cosec} I \left(e^{-(p+2\delta)z/H} - e^{-(p+2\delta z_h)/2H}\right)\right]. \qquad (46)$$

При $p = 0$ это решение переходит в точное решение (45), при $p = 1$ и $\delta = 1/2$ оно совпадает с асимптотическим решением [33], а при $p = 2$ и $\delta = 1/2$ – с асимптотическим решением [30].

Из (43) и (44) соответственно для диффузионного потока и скорости диффузии имеем:

$$G(z) = G_h \exp\left\{-\frac{p}{2}\left(\frac{z}{H} - \frac{z_h}{H}\right) - \frac{1}{p + 2\delta} \sqrt{\frac{\beta_0 H^2}{\delta^2 d_0}} \operatorname{cosec} I \left[e^{-(p+2\delta)\frac{z}{2H}} - e^{-(p+2\delta)\frac{z_h}{2H}}\right]\right\}, \qquad (47)$$

$$v_D(z) = \sqrt{\beta(z) d(z)}\,. \qquad (48)$$

Формула (47) показывает, что диффузионный поток имеет максимум вблизи максимума области F2 и исчезает выше максимума как простая экспонента, а ниже максимума – как двойная экспонента. Из соотношения (48) следует, что скорость диффузии зависит лишь от кинетических параметров среды, а характер опускания слоя – от пространственного распределения коэффициентов диффузии и рекомбинации. В частности, при $p = 1$ и $\delta = 1/2$ опускание слоя происходит без ускорения с постоянной скоростью диффузии $v_D = \sqrt{\beta_0 d_0} \sin I$.

3. Пусть аналитический вид коэффициентов $\beta(z)$ и $d(z)$ неизвестен. Найдём решение уравнения Риккати по слоям (метод Жордана), считая, что коэффициенты $\alpha(x)$ и $\sigma(x)$ кусочно-постоянные функции в каждом слое [108, 109]. В этом случае уравнение Риккати (41) решается аналитически.

Рассмотрим слой $x_{m-1} < x < x_m$, нумерация слоёв ведётся снизу вверх и $\sigma(x) = \sigma_m$, $\alpha(x) = \alpha_m$, то на границе слоя $y(x = x_m) = y_m$. Общее решение уравнения (40) имеет вид:

$$y(x) = \sqrt{\alpha_m / \sigma_m}\, \frac{e^{-\gamma_m x} + c e^{\gamma_m x}}{e^{-\gamma_m x} - c e^{\gamma_m x}}, \qquad \gamma_m = \sqrt{\alpha_m / \sigma_m}\,. \qquad (49)$$

Из краевого условия определим величину c:

$$c=\frac{y_m+\sqrt{\alpha_m/\sigma_m}}{y_m-\sqrt{\alpha_m/\sigma_m}}e^{-2\gamma_m x_m}.$$

Подставляя найденную постоянную в (49) и вводя безразмерную величину $Z_{m-1}^{(m)}=Y_{m-1}^{(m)}\sqrt{\sigma_m/\alpha_m}$ и обозначение $2\gamma_m x=\xi$, получаем удобную для расчётов рекуррентную формулу:

$$Z_{m-1}^{(m)}=-\frac{(1-Z_m)-(1+Z_m)e^{-(\xi_m-\xi)}}{(1-Z_m)+(1+Z_m)e^{-(\xi_m-\xi)}}. \qquad (50)$$

Таким образом, зная на каком-то уровне значения величин σ_m, α_m, y_m, можно вычислить y_{m-1}, пересчитав его по формуле (50) через слой на поверхности $x=x_{m-1}$ и т.д. При увеличении числа слоёв и уменьшении их толщины ($x_{m-1}-x_m$) можно, в принципе, получить любую наперёд заданную степень приближения. Подставляя решения (50) в выражение (42), легко найти достаточно гладкое распределение ЭК по слоям, являющееся приближённым аналитическим решением уравнения (34) для произвольных коэффициентов диффузии и рекомбинации. Обобщение полученных результатов с учётом нестационарности и вертикального дрейфа для ночных и дневных условий не представляет принципиальных трудностей.

Подведём итоги результатов теоретических исследований F-области ионосферы. Для расчёта теоретическим путём основных характеристик и наиболее важных величин F-области ионосферы при заданных из эксперимента значениях максимальной ЭК, N_m, высоты максимума слоя h_m, нижней и верхней полутолщин Δh_ℓ и Δh_{up} слоя F, коэффициентов амбиполярной диффузии D_m (или рекомбинации β_m) в максимуме слоя, предлагаются следующие формулы [27, 94, 110]:

высота однородной атмосферы

$$H=\sqrt{\frac{p+2\delta}{2}\frac{\Delta h_\ell}{2}};$$

профиль электронной концентрации

$$N(h)=N_m\exp\left[\frac{2\delta}{p+2\delta}\left(1-\frac{h-h_m}{H'}-e^{-\frac{h-h_m}{H'}}\right)\right];$$

высота h_0, где эффекты диффузии и рекомбинации одного порядка,

$$h_0=h_m-H\ln\frac{\operatorname{cosec} I}{\delta}, \quad H'=\frac{2H}{p+2\delta};$$

верхняя граница F-области и верхняя полутолщина слоя

$$h_b=h_m+H'\ln\frac{2\delta\cdot 10^2}{p+2\delta}, \quad \Delta h_{up}=h_b-h_m;$$

граничный поток

$$G_b=-\frac{\delta D_m N_m\sin^2 I}{H}\exp\left[\frac{2\delta}{p+2\delta}\left(1-\frac{p}{2\delta}\frac{\Delta h_{up}}{H'}-e^{-\frac{\Delta h_{up}}{H'}}\right)\right];$$

высотный профиль диффузионного потока, поддерживающий ночной F-слой,

$$G(h)=G_b\exp\left[\frac{2\delta}{p+2\delta}\left(-\frac{p}{2\delta}\frac{h-h_b}{H'}-e^{-\frac{h-h_m}{H'}}+e^{-\frac{\Delta h_{up}}{H'}}\right)\right];$$

высота максимума диффузионного потока

$$h_m^G = h_m + H' \ln \frac{2\delta}{p};$$

скорость диффузионного потока

$$v(h) = \frac{G(h-h_m)}{N(h-h_m)};$$

полная толщина F-слоя

$$\Delta h = \Delta h_\ell + \Delta h_{up};$$

полное число частиц

$$n = \frac{2HN_m}{p+2\delta}\Gamma\left(\frac{2\delta}{p+2\delta}\right)e^{\frac{2\delta}{p+2\delta}},$$

где

$\Gamma\left(\frac{2\delta}{p+2\delta}\right) = \int\limits_0^\infty x^{\frac{2\delta}{p+2\delta}-1} e^{-x}\,dx$ – гамма-функция Эйлера, $x = e^{-\frac{h-h_m}{H'}}$, $\delta = H/H_\ell$, $p = H/H_m$, H, H_ℓ и H_m – шкалы высот для атомарной, молекулярной и ионизованной компонент ионосферы.

Найденные функциональные зависимости между параметрами ионосферы могут значительно облегчить расчётные операции как при моделировании ионосферных процессов, так и при построении ионосферных моделей.

Литература

1. Chapman S. Proc. Phys. Soc. Lond., 1931, v. 43, pp. 26-45.
2. Ferraro V. C. A. J. Terr. Magnet. Atmos. Elect., 1945, v. 50, pp. 215-222.
3. Perkins F. W. Spread-F and ionospheric currents. J. Geophys. Res., 1973, vol. 78, pp. 218-226.
4. Louis J.-F. Thesis, University of Colorado, Boulder, 1974.
5. Hartmann D. L. and Garcia R. R. J. Atmos.Sc., 1979, vol. 36, p. 350.
6. Ebel A. J. Atmos. Terr. Phys., 1980, vol. 42, pp. 617-628.
7. Subbaraya B. H., Prakash S. and Gupta S. P. Report No. SR-1583. Indian Space Research Organisation, Bangalore, India, 1983.
8. Halt J. M., Wand R. H. and Evans J. V. J. Atmos. Terr. Phys., 1984, vol. 46, No. 3, pp. 251-264.
9. Cole H. P. and Olsen R. O. J. Atmos. Terr. Phys., 1984, vol. 46, No. 3, pp. 281-295.
10. Swider W. Planet. Space Sci., 1984, vol. 32, p. 307.
11. Pandey R., Prakash S. and Sinha H. S. S. Formation of ionisation layers responsible for blanketing E_s during daytime counter-electrojet over magnetic equator. J. Atmos. Terr. Phys., 1992, vol. 54, pp. 63-74.
12. Bencze P., Burešová D., Laštovička J. and Märcz F. Ann. Geophys., Supplement to 2004 vol. 47, N 2/3, pp. 1131-1143.
13. COST 271 ACTION. Ann. Geophys., Supplement to 2004, vol. 47, No. 2/3, 205 p.
14. Bradbury N. E. Terr. Magnet. Atmos. Electr., 1938, vol. 43, N 1, pp. 55-66.
15. Hulburt E. O. In: Terr. Magnet. Electr. (Ed. Fleming J. A.), McGraw-Hill Book Co., N. Y., 1939.
16. Ferraro V. C. A. J. Terr. Magnet. Atmos. Elect., 1946, v. 51, pp. 421-431.
17. Ferraro V. C. A. and Özdogan I. J. Atmos. Terr. Phys., 1958, v. 12, pp. 140-149.
18. Ferraro V. C. A. Ann. Geophys., 1961, v. 17, pp. 82-89.
19. Ferraro V. C. A., Gliddon J. H., and Kendall P. C. Proc. Intern. Conf. Ionos., London, 1962.

20. Ferraro V. C. A. J. Atmos. Terr. Phys., 1964, v. 26, p. 913.
21. Dalgarno A. J. Atmos. Terr. Phys., 1958, vol. 12, pp. 219-220.
22. Dalgarno A. Ann. Geophys., 1961, vol. 17, pp. 16-49.
23. Гершман Б. Н. Радиотехника и электроника, 1956, т. 1, вып. 6.
24. Докучаев В. П. Изв. Вузов, Радиофизика, 1960, т. 3, N 1, сс. 50-56.
25. Поляков В. М., Щепкин Л. А., Казимировский Э. С., Кокоуров В. Д. Ионосферные процессы. Новосибирск: Наука, 1968, 536 с.
26. Иванов-Холодный Г. С., Никольский Г. М. Солнце и ионосфера. Наука, Москва, 1969.
27. Хантадзе А. Г., Гвелесиани А. И. К теории диффузии ионосферной плазмы в F-области. М.: Наука, 1979, 116 с.
28. Ratcliffe J. A., Schmerling E. R., Setty C. S. and Thomas J. O. Phil. Trans. Roy. Soc. London., 1956 vol. A248, pp. 621-642.
29. Yonezawa T. J. Radio Res. Lab. Japan, 1956, vol. 3, No. 1.
30. Dungey J. W. J. Atmos. Terr. Phys., 1956, vol. 9, pp. 90-102.
31. Yonezawa T. J. Radio Res. Lab. Japan, 1955, vol. 2, p. 8.
32. Ratcliffe J. A. J. Geophys. Res., 1959, vol. 64, pp. 2102-2111.
33. Chamberlain J. W. Physics of the aurora and airglow. Academic Press, New York, 1961. (Чемберлен Дж. Физика полярных сияний и излучения атмосферы. М.: ИЛ, 1963.)
34. Gliddon J. E. C. Quart. J. Mech. Appl. Math, 1959, vol. 12, pp. 340-346.
35. Gliddon J. E. C. Quart. J. Mech. Appl. Math, 1959, vol. 12, pp. 347-353.
36. Gliddon J. E. C. and Kendall P. C. J. Atmos. Terr. Phys., 1960, vol. 18, pp. 48-60.
37. Gliddon J. E. C. and Kendall P. C. J. Atmos. Terr. Phys., 1961, vol. 20, pp. 183-188.
38. Gliddon J. E. C. and Kendall P. C. J. Geophys. Res., 1961, vol.65, p. 2279.
39. Gliddon J. E. C. and Kendall P. C. J. Atmos. Terr. Phys., 1962, vol. 24, pp. 1073-1098.
40. Tuan T. F. J. Phys. (Proc. Phys. Soc.), 1968, ser. 2, 1, pp. 966-972.
41. Поляков В. М., Рыбин В. В. Геомагнетизм и аэрономия, 1975, т. 15, N5.
42. Поляков В. М., Рыбин В. В. Геомагнетизм и аэрономия, 1975, т. 15, N6.
43. Bowhill S. A. J. Atmos. Terr. Phys., 1962, vol. 24, pp. 503-519.
44. Rishbeth H. Proc. Phys. Soc., London, 1963, vol. 81, p. 65.
45. Yonezawa T. J. Radio Res. Lab. Japan, 1958, vol. 5, p. 165.
46. Yonezawa T. J. Atmos. Terr. Phys., 1959, vol. 15, No. 1/2, pp. 89-94
47. Yonezawa T. and Takahashi H. J. Radio Res. Lab. Japan, 1960, vol. 7, p. 335.
48. Yonezawa T. In: Electron density profiles in the ionosphere and exosphere. Mir, Moscow, 1964, pp. 328-348.
49. Yonezawa T. J. Space Sci. Res., 1966, vol. 5, pp. 3-56.
50. Yonezawa T. J. Radio Res. Lab. Japan, 1972, vol. 19, pp. 109-137.
51. Duncan R. A. Austral. J. Phys., 1956, vol. 9, pp. 436-439.
52. Shimazaki T. J. Radio Res. Lab. Japan, 1959, vol. 6, p. 109.
53. Martyn D. F. Austral. J. Phys., 1956, vol. 9, p. 101.
54. Garriott O. K. J. Geophys. Res., 1960, vol.65, p. 1139.
55. Appleton E. V. Nature, 1954, vol. 167, p. 691.
56. Rishbeth H. and Barron D. W. J. Atmos. Terr. Phys., 1960, vol. 18, pp. 234-252.
57. Shimazaki T. J. Radio Res. Lab. Japan, 1957, vol. 4, p. 309.
58. Бауэр З. И. В кн.: Распределение электронов в верхней атмосфере. М.: Мир, 1969, сс. 7-25; 257-269.
59. Поляков В. М., Рыбин В. В. Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. М.: Наука, 1971, вып. 18, сс. 25-41.
60. Rishbeth H. In: Electron density profiles in the ionosphere and exosphere. Mir, Moscow, 1964, pp. 349-360.
61. Porter H. S. and Tuen T. F. J. Atmos. Terr. Phys., 1974, vol. 36, pp. 139-157.
62. Garriott O. K. and Thomas J. O. J. Geophys. Res., 1962, vol.67, pp. 4211-.4219.
63. Шмеловский К. Х. Геомагнетизм и аэрономия, 1963, т. 3, N 2.
64. Dougherty J. P. In: Electron density profiles in the ionosphere and exosphere. Mir, Moscow, 1964, pp. 250-252.
65. Hanson W. A. In: Electron density profiles in the ionosphere and exosphere. North Holland Publ. Co., Amsterdam, 1964, p. 361.
66. Кол Г. В кн.: Распределение электронов в верхней атмосфере. М.: Мир, 1969, сс. 216-224.

67. Bowhill S. A. J. Atmos. Terr. Phys., 1961, vol. 21, N 4, pp. 272-281.
68. Поляков В. М. Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца., М.: Наука, 1968, вып. 3, сс. 144-184.
69. Hinterreger H. E. J. Geophys. Res., 1961, vol.66, N 8, p. 2367.
70. Fejer J. A. Theories of the ionospheric F-region. A review. In: Advances upper atmospheric research. Oxford etc., Pergamon Press, 1963, pp. 209-226.
71. Беккер В. В кн.: Распределение электронов в верхней атмосфере. М.: Мир, 1969, сс. 202-215.
72. Rishbeth H. J. Atmos. Terr. Phys., 1968, vol. 30, pp. 63-71.
73. Cummack C. H. J. Atmos. Terr. Phys., 1969, vol. 31, pp. 441-448.
74. Хирш А. Дж. В кн.: Распределение электронной концентрации в ионосфере и экзосфере, М.: Мир, 1964, сс. 384-402.
75. Шмерлинг Е. Р. В кн.: Распределение электронной концентрации в ионосфере и экзосфере, М.: Мир, 1964, сс. 376-383.
76. Shimazaki T. J. Atmos. Terr. Phys., 1965, vol. 27, pp. 593-604.
77. Львова А. А., Поляков В. М., Рыбин В. В. Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца., М.: Наука, 1971, вып. 18, сс. 3-24.
78. Львова А. А., Поляков В. М., Рыбин В. В. Изв. Вузов, Радиофизика, 1972, N15, сс. 840-859.
79. Макеев В. В., Поляков В. М., Рыбин В. В. Изв. Вузов, Радиофизика, 1973, N16, сс. 1660-1670.
80. Фаткуллин М. Н., Дёминов М. Г. Геомагнетизм и аэрономия, 1973, т. 13, No. 1.
81. Иванов-Холодный Г. С., Михайлов А. В. Геомагнетизм и аэрономия, 1971, т. 11, N4.
82. Иванов-Холодный Г. С., Михайлов А. В. Геомагнетизм и аэрономия, 1973, т. 13, N1.
83. Хантадзе А. Г., Хочолава Г. М., Мебагишвили Н. Н. Геомагнетизм и аэрономия, 1972, т. 12, N3.
84. Хантадзе А. Г. Сообщ. АН ГССР, 1973, т. 72, N3.
85. Хантадзе А. Г., Гвелесиани А. И. Геомагнетизм и аэрономия, 1973, т. 13, N1.
86. Хантадзе А. Г., Гвелесиани А. И. Геомагнетизм и аэрономия, 1974, т. 14, N3.
87. Хантадзе А. Г., Гвелесиани А. И. Геомагнетизм и аэрономия, 1974, т. 14, N3.
88. Хантадзе А. Г. ДАН СССР, 1975, т. 221, N. 4.
89. Хантадзе А. Г., Гачечиладзе Р. Г., Чехошвили Б. Я. ДАН СССР, 1975, т. 224, N 2.
90. Хантадзе А. Г., Чехошвили Б. Я. Геомагнетизм и аэрономия, 1975, т. 15, N3.
91. Хантадзе А. Г., Гачечиладзе Р. Г., Гвелесиани А. И. и др. Сообщ. АН ГССР, 1975, т. 77, N1.
92. Хантадзе А. Г., Гачечиладзе Р. Г. Симпозиум КАПГ по солнечно-земной физике. Тбилиси, сентябрь 1976. М.: Наука, 1976, ч. 2, сс. 146-148.
93. Khantadze A. G., Gvelesiani A. I., Chekhoshvili B. I. J. Atmos.Terr. Physics, 1977, vol. 39, pp. 749 – 751.
94. Гвелесиани А. И. Сообщ. АН ГССР, 1979, т. 94, N 2.
95. Geisler J. E. and Bowhill S. A. Aeronomy Rept., 1965, No. 5.
96. Фаткуллин М. Н. Исследования области F и внешней ионосферы. М.: ИЗМИРАН, 1974, сс. 138-158.
97. Гинзбург Э., Ким В. Ф. В кн.: Вопросы исследования нижней ионосферы и геомагнетизма. Новосибирск: Наука, 1974, сс. 2-24, 98-111, 125-220.
98. Yonezawa T. J. Space Sci. Res., 1966, vol. 5, pp. 3-56.
99. Фаткуллин М. Н., Мурадов А. Геомагнетизм и аэрономия, 1971, т. 11, No. 1.
100. Михайлов А. В. Геомагнетизм и аэрономия, 1971, т. 11, N. 6.
101. Михайлов А. В. Геомагнетизм и аэрономия, 1972, т. 12, N. 4, сс. 748-750; 751-752.
102. Гвелесиани А. И., Хантадзе А. Г. Геомагнетизм и аэрономия, 1973, т. 13, N3.
103. Гвелесиани А. И., Хантадзе А. Г. Сообщ. АН ГССР, 1973, т. 70, N1.
104. Гвелесиани А. И. Труды института геофизики АН ГССР, 1976, т. 35, сс. 74-81.
105. Гвелесиани А. И., Курцхалия Е. Г. Симпозиум КАПГ по солнечно-земной физике. Тбилиси, сентябрь. М.: Наука, 1976, сс. 81 – 83.
106. Гачечиладзе Р. Г., Мебагишвили Н. Н., Хантадзе А. Г., Хочолава Г. М. Геомагнетизм и аэрономия, 1975, т. 15, N3.
107. Чехошвили Б. Я. Симпозиум КАПГ по солнечно-земной физике. Тбилиси, сентябрь. М.: Наука, 1976, ч. 2, с. 76
108. Тихонов А. Н. ДАН СССР, 1950, т. 73, N 2.
109. Дмитриев В. И. Изв. АН СССР, Физика земли, 1970, N 1.

110. Гвелесиани А. И. Исследование движений проводящей атмосферы и проблемы динамики ионосферы (докт. диссертация). Тбилиси, ИГ АН ГССР, 1979, 266 с.

Приложение I

Вариант обобщённой аналитической модели ночной области F ионосферы [94, 110].

Исходное уравнение амбиполярной диффузии

$$\frac{d}{dz}\left[D(z,I)\left(\frac{dN}{dz}+\delta N\right)\right]-\beta\exp(-pz)N=0,$$

с граничными условиями $N(-\infty)=0$, $N(+\infty)=0$ или

$$N(-\infty)=0, \qquad D(z,I)\left(\frac{dN}{dz}+\delta N\right)_{z=z_h}=-G_h.$$

где $D(z,I)=D_0\exp(2\delta z)\sin^2 I$, $\delta = H/H_i$, $p=H/H_m$, H, H_i и H_m – известные обозначения. После применения преобразований $N=ux$, $x=\alpha\exp(-\delta z)$, $\alpha=2(\beta_0 D_0)^{1/2}$ и метода ВКБ в нулевом приближении получим:

Вертикальное распределение ЭК:

$$N(z)=A\exp\left[1-\delta z-\tau_p e^{-\frac{p+2\delta}{2}z}\right],$$

где

$$A=-\frac{G_b\cos ec\, I}{eH\sqrt{\beta_0 D_0}}\exp\left(\frac{pz_b}{2}+\tau_p e^{-\frac{p+2\delta}{2}z_b}\right),\ \tau_p=\frac{2}{p+2\delta}\sqrt{\frac{\beta_0}{D_0}}\cos ec\, I;$$

диффузионный поток ионосферной плазмы:

$$G(z)=-G_b\exp\left[-\frac{p(z-z_b)}{2}-\tau_p\left(e^{-\frac{p+2\delta}{2}z}-e^{-\frac{p+2\delta}{2}z_b}\right)\right];$$

скорость диффузионного потока:

$$v(z,I)=-\sqrt{\beta(z)D(z)}=-\sqrt{\beta_0 D_0}\sin I\exp\left(\frac{2\delta-p}{2}z\right);$$

нижняя полутолщина F2-слоя (в параболическом приближении):

$$y_m=2\sqrt{\delta(p+2\delta)};$$

верхняя граница области F:

$$z_b=y_m\sqrt{\frac{\delta}{p+2\delta}}\ln(10^2\tau_p);$$

уровень максимальной ЭК:

$$z_m = y_m \sqrt{\frac{\delta}{p+2\delta}\ln\left(\tau_p \frac{p+2\delta}{2\delta}\right)};$$

Внешняя толщина области F:

$$y'_m = y_m \sqrt{\frac{\delta}{p+2\delta}\ln\left(2\cdot 10^2 \frac{\delta}{p+2\delta}\right)};$$

Максимальный диффузионный поток:

$$G_m = AeH\sqrt{\beta_0 D_0}\sin I\left(e\tau_p \frac{p+2\delta}{p}\right)^{-p/(p+2\delta)};$$

уровень максимума диффузионного потока:

$$z^{\bullet}_m = y_m \sqrt{\frac{\delta}{p+2\delta}\ln\left(\tau_p \frac{p+2\delta}{p}\right)};$$

смещение абсолютных высот максимумов ЭК и диффузионного потока друг относительно друга:

$$h^{\bullet}_m - h_m = y_m H\sqrt{\frac{2\delta}{p+2\delta}\ln\frac{2\delta}{p}};$$

Степень асимметричности вертикального профиля ЭК:

$$\varepsilon = \frac{y'_m}{y_m} = \sqrt{\frac{\delta}{p+2\delta}\ln\left(2\cdot 10^2 \frac{\delta}{p+2\delta}\right)};$$

интегральное содержание электронов в столбе ионосферы единичного сечения:

$$n = N_m H \frac{(e\alpha)^{1/\alpha}}{\delta\alpha}\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right);$$

относительное содержание электронов выше и ниже максимума ЭК:

$$\frac{n'}{n} = \Gamma\left(\frac{1}{\alpha},\frac{1}{\alpha}\right)\cdot\Gamma^{-1}\left(\frac{1}{\alpha}\right),\quad \frac{n''}{n} = \Gamma_{1/\alpha}\left(\frac{1}{\alpha}\right)\cdot\Gamma^{-1}\left(\frac{1}{\alpha}\right);$$

интегральная скорость исчезновения электронов в столбе ионосферы единичного сечения:

$$L = G_h = N_m \beta_m H \frac{e^{1/\alpha}\alpha^{1/b-1}}{\delta}\Gamma\left(\frac{1}{b},\frac{1}{\alpha}e^{-\alpha\delta(z_h - z_m)}\right),$$

где $\alpha = (p+2\delta)/2\delta$, $b = \alpha\delta/(p+\delta)$.

Полученные формулы позволяют, зная N_m, z_m и β_m, произвести расчёты основных характеристик области F ионосферы.

დიფუზიური პროცესების შესწავლა იონოსფეროში

გველესიანი ა., ხანთაძე ა., ჯანდიერი გ.

რეზიუმე

30-40 წლების ჩეპმენის, ჰალბარტის, ფერაროს ნაშრომებიდან დაწყებული და ბოლო გამოკვლევებით დამთავრებული წარმოდგენილ მიმოხილვით ნაშრომში გაანალიზებული და განხილულია გადატანითი პროცესებისა და ელექტრონ-იონური გაზის სიმაღლის მიხედვით განაწილების ანალიზური კვლევების შედეგები ქვედა და ზედა შუაგანედურ იონოსფეროში. 60-80 წლებში დიდი ინტენსიობით წარიმართა თეორიული კვლევები იონოსფეროს F-ფენაში მიმდინარე პროცესების გამოსაკვლევად. დღეისათვის ძნელია რომელიმე ნაშრომის დასახელება, სადაც გაანალიზებულია იონოსფეროს F-ფენის ყველა ძირითადი თვისება, დინამიკური რეჟიმი და სხვა მოვლენა, რომლიც იქ მიმდინარეობს. ნაშრომში შედარებით სრულადაა წარმოდგენილი სხვადასხვა ქვეყნის თეორეტიკოსის წვლილი იონოსფერული პლაზმის F-ფენის ამბიპოლარულ დიფუზიაში. სტატიის ავტორების მიერ ზოგადადაა ამოხსნილი ამბიპოლარული დიფუზიის განტოლება. ნაჩვენებია, რომ ელექტრონების განაწილება სიმაღლის მიხედვით იონოსფეროს F-ფენაში ჩეპმენის ტიპისაა. ცნობილი კლასიკური ჩეპმენის ფენისაგან განსხვავებით ელექტრონების განაწილება ამ ფენაში რეგულირდება დიფუზიურ-რეკომბინაციური პროცესებით. ღამის იონოსფეროსათვის ნაშრომში შემოთავაზებულია ამბიპოლარული დიფუზიის განტოლების ამოხსნის ზოგადი მეთოდი და წარმოდგენილია მარტივი სამუშაო ანალიზური მოდელი. აღსანიშნავია, რომ ავტორების მიერ მიღებული ძირითადი თეორიული შედეგები დადასტურებულია ბოლო წლებში ჩატარებული ექსპერიმენტული გამოკვლევებით.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФФУЗИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В ИОНОСФЕРЕ

Гвелесиани А. И., Хантадзе А. Г., Джандиери Г. В.

Реферат

Проводится анализ и обсуждение результатов различных аналитических исследований особенностей процессов переноса и высотного распределения электронно-ионного газа в нижней и верхней среднеширотной ионосфере, начиная с первых работ 30-40 гг. Чепмена, Хальбарта, Ферраро до настоящего времени. Впоследствии в 60-80 гг наиболее интенсивно велись теоретические исследования процессов, протекающих в F-области ионосферы. В настоящее время трудно назвать работу, которая могла бы объяснить основные свойства F-области ионосферы, динамический режим и множество протекающих в ней явлений. В статье наиболее полно показан вклад теоретиков разных стран в теорию амбиполярной диффузии плазмы в F-области ионосферы. В собственных исследованиях уравнение амбиполярной диффузии решается в наиболее общей форме. Показано, что вертикальное распределение электронов в F-области ионосферы – чепменовского типа. В отличие от известного классического чепменовского слоя, распределение электронов в F-области регулируется диффузионно-рекомбинационными процессами. Предложен общий метод решения уравнения амбиполярной диффузии для ночной ионосферы. Дана простая аналитическая рабочая модель ночной ионосферы. Следует отметить, что основные теоретические выводы авторов подтверждаются в ряде экспериментальных работ последних лет.

INVESTIGATION OF DIFFUSION PROCESSES IN THE IONOSPHERE

Gvelesiani A., Khantadze A., Jandieri G.

Abstract

This review paper is devoted to the analyses and discussion of different analytical investigations of both transfer processes features and electron-ion gaze altitude distribution in lower and upper middle-latitude ionosphere starting with original papers (by Chapman, Hulburt, Ferraro, 30-40 years) till now. Later at 60-80 years theoretical investigations of processes were mostly intensively carried out in the F-region of an ionosphere. It is impossible to note any paper explaining basic features of the F-region of an ionosphere, dynamical regime and set of processes proceeding in it. This paper mainly is devoted to the theory of the ambipolar diffusion in the F-region of an ionosphere and presents the results of theorists from different countries. Ambipolar diffusion equation is solved in most general form by authors of this paper. It is shown that the electrons altitudinal distribution is Chapmen-type in the F-region of an ionosphere. Unlike well-known classical Chapmen layer, electrons distribution in this region is regulated by diffusion-recombination processes. The general method of the ambipolar diffusion equation solution and simple analytical model are suggested for nightly ionosphere. It is necessary to note that the main theoretical results obtained by authors have been confirmed experimentally.