

Модель переменной электрической проводимости плазмы на границе дневной стороны Магнитосферы

Г. Ванишвили, И. Габисония, З. Кереселидзе, Н. Мебагшвили

Известно, что интенсивность протекания внутримангитосферных процессов и изменения динамических параметров магнитосферных структур зависят от направления межпланетного магнитного поля (ММП). В частности особое значение имеет B_z -составляющая, которая в зависимости от знака либо параллельна, либо антипараллельна граничным силовым линиям Магнито-сферы. При $B_z < 0$ создаются наиболее благоприятные условия для слияния (пересоединения) силовых линий ММП и магнитного поля Земли, хотя, этот процесс с меньшей вероятностью может протекать и при произвольном направлении ММП [1].

Несмотря на то, что явление пересоединения, в отличие от процесса квазивязкого взаимодействия между солнечным ветром и магнитосферой, имеет дискретный характер, они развиваются по одинаковой физической схеме. Это означает, что на магнитопаузе формируется особая токовая система, параметры которой могут меняться в зависимости от характера взаимодействия между солнечным ветром и магнитосферой. В случае квазивязкого взаимодействия структуру пограничного слоя магнитосферы определяет перманентно действующий крупномасштабный поверхностный электрический ток ВСА. При пересоединении, в лобовой области магнитосферы обязательно формируется особый токовый слой существования которого зависит от типа пересоединения. Различают два типа пересоединения силовых линий магнитных полей: стационарное и нестационарное, т.е. импульсное пересоединение, вероятность которого в обычных магнитосферных условиях значительно выше, чем стационарного.

Различие между двумя типами пересоединения вызвано характером электрической проводимости намагниченной среды. Для развития пропроцесса стационарного пересоединения необходимо, чтобы величина электрической проводимости плазмы была бы меньше некоторого порогового значения. При импульсном пересоединении величина электрической проводимости плазмы может иметь любое конечное значение [2,8].

Изветно, что распространение возмущений в плазме порождает локальные флуктуации, влияющие на её параметры. В частности, они способны вызвать понижение электрической проводимости плазмы, что повлияет на структуру токового слоя. Именно по такой схеме происходит импульсное пересоединение силовых линий магнитного поля Земли и ММП, развивающееся из-за локального ухудшения электрической проводимости солнечного ветра в лобовой области магнитосферы, что

может быть вызвано, например: альвеновскими волнами, развитием неустойчивостей на магнитопаузе, или возникновением двойного электрического слоя [5]. Но в последнем случае, наряду с пересоединением, возможно также развитие процесса аннигиляции противоположно направленных магнитных полей солнечного и земного происхождения.

Причиной аннигиляции магнитных силовых линий является омическая диссипация, которая возможна даже в такой высокопроводящей среде, как солнечный ветер. Действительно, если на фоне кулоновского взаимодействия в между заряженными частицами в безстолкнительной плазме включаются некоторые механизмы, возможна значительная диссипация. В качестве таковых можно назвать механизм затухания Ландау, а также возникновение аномального сопротивления, связанного либо с прохождением Ленгмиуровской волны, либо с возникновением волновой турбулентности, связанной с ионно-циклотронной неустойчивостью [2].

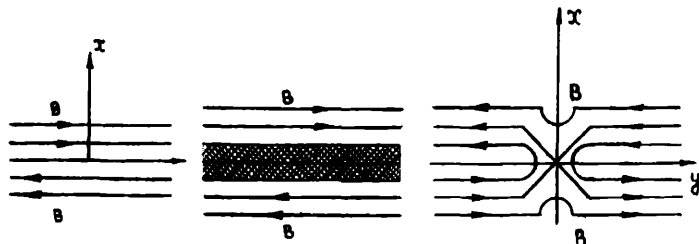


Рис. 1

Рис. 1 моделирует магнитопаузу и внутренний пограничный слой магнитосферы в случае, когда силовые линии ММП антипараллельны граничным силовым линиям магнитного поля Земли. Ось x направлена к Солнцу, ось y - вдоль границы магнитосферы, начало системы координат соответствует лобовой точке магнитосферы. DCF кольцевой ток направлен перпендикулярно к плоскости рисунка. Здесь последовательно показаны: а) структура магнитного поля в начальный момент времени; б) спустя некоторый промежуток времени после включения омической диссипации; в) разщепление (разрыв) токового слоя и последующее пересоединение магнитных силовых линий. Случаи а) и б) схематически отображают известную задачу нестационарной диффузии магнитного поля в неподвижной, несжимаемой плазме с конечной электрической проводимостью [3]. В начальный момент времени магнитное поле считается постоянным во всем пространстве: $B_y = \pm B_0$ при $x \leq 0$. Структура магнитного поля определяется из следующего уравнения

$$\frac{\partial B_y}{\partial t} = \frac{c^2}{4\pi\sigma} \frac{\partial^2 B_y}{\partial X^2} \quad (1)$$

решение которого имеет вид:

$$B_y(X, t) = \pm \frac{2}{\sqrt{\pi}} B_0 \operatorname{erf} \left(\frac{\pi\alpha X}{c^2 t} \right) \quad (2)$$

где $\operatorname{erf}(x) = \frac{c^2}{4\pi\sigma} = \lambda_m$ - магнитная вязкость плазмы, c - скорость света σ - электрическая проводимость.

Из (2) видно, что толщина пограничного слоя (заштрихованная область на рис. 1-б), расположенного по обе стороны от плоскости $x=0$, с возрастанием времени увеличивается

$$X_D = \sqrt{\frac{c^2 t}{\pi\sigma}}, \quad (3)$$

$$V_D = \frac{dX_D}{dt} = \frac{1}{2} \left(\frac{c^2}{\pi\sigma t} \right)^{1/2}. \quad (4)$$

В обсуждаемой модели пересоединение силовых линий магнитных полей, направленных по разным сторонам токового слоя является невозможным. Действительно, для реализации пересоединения, схематически изображенного на рис. 1-в, необходимо возникновение нормальной компоненты магнитного поля, что в диффузионном приближении исключается.

Модель диффузии магнитного поля в том виде, в котором она дана в [3,4], вряд ли можно считать полностью справедливой в области магнитопаузы, если вспомнить, что электрическая проводимость плазмы вблизи границы магнитосферы, скорее всего, импульсно падает во времени. Кроме того, в лобовой области магнитосферы непрерывно притекает плазма, что не учитывается уравнением (1), но является важнейшим фактором.

Согласно [1,2,5], продолжительность импульсного пересоединения на границе магнитосферы в среднем составляет в 5-10 минут, что можно считать характерным временем развития нестационарного токового слоя. Формально, в результате распада этой структуры электрическая проводимость плазмы должна резко увеличиться, т.е. топология магнитного поля должна стремиться к конфигурации, когда силовые линии ММП фактически заморожены в солнечный ветер. Такая схема позволяет моделировать магнитную вязкость плазмы выражением

$$\lambda_m = \lambda_{0m} \left(1 - \frac{t}{\tau_0} \right) \quad (5)$$

где λ_{0m} - характерная величина магнитной вязкости плазмы в переходной области τ_0 - время существования токового слоя.

Для учёта эффекта натекания на токовый слой будем считать движение плазмы плоским, а нормальную компоненту скорости пропорциональной координате x . Если ввести характерные поперечный линейный масштаб и скорость течения плазмы переходной области магнитосферы l_0 и V_0 , тогда натекание плазмы на токовый слой можно описать следующей кинематической моделью $V_x = -\frac{V_0}{l_0} X$, $V_y = -\frac{V_0}{l_0} Y$,

Таким образом, структура магнитного поля вблизи плоского токового слоя должна определяться из уравнения, отличного от (1)

$$\frac{\partial B_y}{\partial t} - \frac{V_0}{l_0} \cdot X \cdot \frac{\partial B_y}{\partial X} - \frac{V_0}{l_0} B_y = \lambda_{om} \left(1 - \frac{t}{\tau_0} \right) \frac{\partial^2 B_y}{\partial X^2} \quad (6)$$

Для полноты решения уравнения индукции магнитного поля (6), формально, граничные условия надо постулировать, исходя из направления электрического тока в токовом слое, относительно к току DCF. В любом случае, в лобовой области магнитосферы, в результате развития импульсного токового слоя, будет складываться новая структура магнитного поля и индуцированного электрического поля. Таким образом, считаем, что направление импульсного тока может быть произвольным по отношению к направлению. поверхностного DCF –тока. Исходя из этого будем иметь следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} B_{y|x \rightarrow 0} &= 0; & B_{y|x \rightarrow \infty} &= B_0; \\ B_{y|x \rightarrow 0} &= B_0; & B_{y|x \rightarrow \infty} &= 0; \end{aligned} \quad (7)$$

где первая пара (7) условно соответствует эрозии границы магнитосферы, т.е. эффекту аннигиляции силовых линий, а вторая - укреплению границы магнитосферы. Отметим, что удовлетворение первой пары условий (7) является обязательной не только для аннигиляции, но и для развития процесса пересоединения силовых линий магнитного поля Земли и ММП.

Физически очевидно что верхние граничные условия (7) вместо бесконечности должны выполняться вместо бесконечности на некотором конечном расстоянии от поверхности токового слоя. Очевидно, что это расстояние зависит от величины электрической проводимости плазмы, которая согласно модели (5) связана с τ_0 . Поэтому, для решения уравнения (6) логично воспользоваться нестационарной модификацией известного метода последовательных приближений М.Е. Швеца. Согласно которому потребуем выполнение верхних граничных условий (7) на конечном расстоянии $\delta(t)$ (толщина пограничного слоя). Магнитное поле представим в виде суммы: $B_y = B_{1y} + B_{2y}$, где B_{1y} , является решением однородного уравнения:

$$\frac{\partial^2 B_{1y}}{\partial x^2} = 0 \quad (8)$$

которое удовлетворяет видоизменённым условиям (7). Что касается B_{2y} , то оно является решением неоднородного уравнения

$$\frac{\partial B_{2y}}{\partial t} - \frac{V_0}{l_0} \cdot X \cdot \frac{\partial B_{2y}}{\partial x} - \frac{V_0}{l_0} B_{2y} = \lambda_{om} \left(1 - \frac{t}{\tau_0} \right) \frac{\partial^2 B_{2y}}{\partial x^2} \quad (9)$$

с однородными граничными условиями.

$$B_{2y|x \rightarrow 0} = B_{2y|x \rightarrow \infty} = 0. \quad (10)$$

Рассмотрим первый случай, т.е., когда B_{1y} , удовлетворяет граничным условиям:

$$B_{1y|x \rightarrow 0} = 0 \quad B_{1y|x \rightarrow \infty} = B_0. \quad (11)$$

Из (8) с учётом (11) получим: $B_{1y} = \frac{y}{\delta} B_0$, после чего из (9) путём двукратного интегрирования, используя (10), получим выражение для B_{2y} . Окончательно, для распределения магнитного поля в пограничном слое будем иметь следующее аналитическое выражение:

$$B = B_0 \frac{x}{\delta} + B_0 \lambda_{om}^{-1} \left(1 - \frac{t}{\tau_0} \right)^{-1} \left[\left[\frac{\delta'}{6} x - \frac{\delta' x^3}{\delta^2 6} \right] + \frac{V_0}{l_0} \left(\frac{\delta}{3} x - \frac{x^3}{3\delta} \right) \right] \quad (12).$$

Во втором случае B_{1y} удовлетворяет граничным условиям

$$B_{1y|_{x=0}} = B_0; \quad B_{1y|_{x=\delta}} = 0, \quad (13)$$

т.е., $B_{1y} = B_0 \left(1 - \frac{x}{\delta} \right)$. Окончательно, для B будем иметь:

$$B = B_0 \left(1 - \frac{x}{\delta} \right) + B_0 \lambda_{om}^{-1} \left(1 - \frac{t}{\tau_0} \right)^{-1} \left[\left[\frac{\delta' x^3}{\delta^2 6} - \frac{\delta' x}{6} \right] + \frac{V_0}{l_0} \left(\frac{x^3}{3\delta} - \frac{x^2}{2} + \frac{\delta x}{6} \right) \right]. \quad (14)$$

Согласно методу последовательных приближений, искомая толщина пограничного слоя δ определяется из дополнительного условия $\left(\frac{\partial B}{\partial x} \right)_{x=\delta} = 0$, дающего дифференциальное уравнение первой степени по времени, из которого для первого случая, при начальном условии $\delta(0) = 0$, имеем:

$$\delta = \left\{ \frac{3\lambda_{om} l_0}{2V_0} \left[\left(1 - \frac{t}{\tau_0} + \frac{l_0}{4V_0} \cdot \frac{1}{\tau_0} \right) - \left(1 + \frac{l_0}{4V_0} \cdot \frac{1}{\tau_0} \right) \cdot e^{-4\frac{V_0 t}{l_0}} \right] \right\}^{1/2}, \quad (15)$$

а для второго:

$$\delta = \left\{ 6 \frac{\lambda_{om} l_0}{V_0} \left[\left(1 - \frac{t}{\tau_0} + \frac{l_0}{V_0} \cdot \frac{1}{\tau_0} \right) - \left(1 + \frac{l_0}{V_0} \cdot \frac{1}{\tau_0} \right) \cdot e^{-\frac{V_0 t}{l_0}} \right] \right\}^{1/2} \quad (16)$$

После аналитического определения толщин магнитного пограничного слоя, можно уже в явном виде получить распределение не только магнитного поля, но также и генерированного в пограничном слое крупномасштабного электрического поля. Для этого необходимо воспользоваться известным уравнением:

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad (17)$$

В нашей модели электрическое поле имеет лишь одну составляющую, перпендикулярную к плоскости рис. 1:

$$E_z = -\frac{1}{c} \int_0^x \frac{\partial B_y}{\partial t} dx. \quad (18)$$

Для распределения (12) электрическое поле даётся выражением

$$\begin{aligned} \frac{c}{B_0} E_z = & \frac{\delta' x^2}{\delta^2 2} + \lambda_m^{-1} \left[-\frac{\delta''}{12} x^2 + \frac{\delta'' \delta - 2(\delta')^2}{24\delta^3} x^4 + \frac{V_0}{l_0} \left(-\frac{\delta'}{6} x^2 + \frac{\delta'}{12\delta^2} x^4 \right) \right] + \\ & + (\lambda_{om} \tau_0)^{-1} \left(1 - \frac{t}{\tau_0} \right)^{-2} \times \left[\frac{\delta'}{12} x^2 - \frac{\delta'}{24\delta^2} x^4 + \frac{V_0}{l_0} \left(\frac{\delta}{6} x^2 - \frac{1}{12\delta} x^4 \right) \right], \end{aligned} \quad (19)$$

где δ' и δ'' означает, соответственно, первую и вторую производную по времени. Для второго случая в (17) необходимо воспользоваться выражением (14), после чего получим аналитически сходное с (19) распределение электрического поля.

В случае постоянной электрической проводимости ($\lambda_m = \text{const}$) в модели (7) необходимо считать $t=0$, что равнозначно условию $\tau_0 \rightarrow \infty$. В последнем случае, в пределе $V_0 \rightarrow 0$, разлагая экспоненциальные члены в (15) и (16) в ряд по малому аргументу, в обоих случаях будем иметь одинаковое выражение

$$\delta \sim (6\lambda_{om} \cdot t)^{1/2}, \quad (19)$$

которое лишь малым численным коэффициентом отличается от точного решения (3) и совпадает с приближённым решением уравнения (1), полученным методом последовательных приближений.

Очевидно, что полученные нами решения корректны лишь при выполнении условия $t < \tau_0$, т.е. хотя и для очень большой, но конечной по величине электрической проводимости. Действительно, в идеальном случае вместо (6) имеем другое уравнение:

$$\frac{\partial B}{\partial t} - X \cdot \frac{V_0}{I_0} \frac{\partial B}{\partial X} - \frac{V_0}{I_c} B = 0, \quad (20)$$

для качественного анализа которого, наряду с временем протекания плазмы на

токовый слой $\tau_0 = \frac{I_0}{V_0}$, необходимо ввести также и характерное время

изменения магнитного поля t_0 . После этого вместо (20) можно воспользоваться эквивалентным квазистационарным уравнением

$$\frac{B}{t_0} - \frac{X}{\tau_0} \frac{\partial B}{\partial X} - \frac{B}{\tau_0} = 0, \quad (21)$$

решение которого имеет вид:

$$B = B_0 X^{\frac{\tau_0}{t_0} - 1} \quad (22)$$

Очевидно, что физически оправданное, конечное при $x \rightarrow 0$ решение уравнения (22) будем иметь только при условии $\frac{\tau_0}{t_0} \geq 1$, т.е. характерное время изменения магнитного поля должно быть меньше характерного времени протекания плазмы на токовый слой. В противном случае, возможен эффект бесконечного усиления магнитного поля (т.н. магнитный барьер), характерный для идеально проводящей среды [1,8].

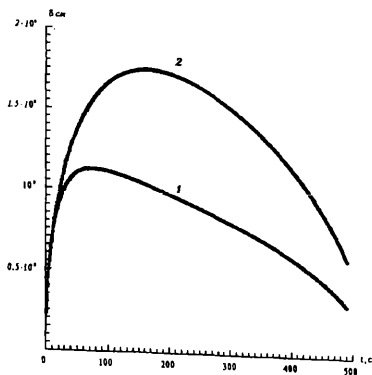


Рис. 2. Изменение толщины магнитного пограничного слоя для характерного набора параметров магнитосферы

$$l_0 = 10^9 \text{ см}, V_0 = 10^7 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}, \lambda_{0m} = 10^{14} \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-1}, \tau_0 = 500 \text{ с}.$$

Случай эрозии; 2. Случай укрепления границы магнитосферы.

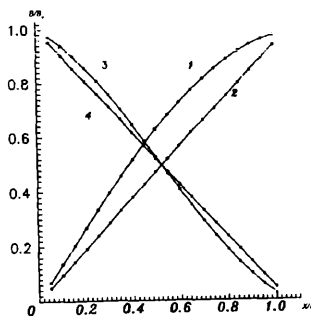


Рис. 3. Распределение магнитного поля для максимумов толщины пограничного слоя:

I. Случай эрозии границы магнитосферы: 1- $B_{1,y}$, 2- B_y .

II. Случай укрепления границы магнитосферы: 3- $B_{1,y}$, 4- B_y .

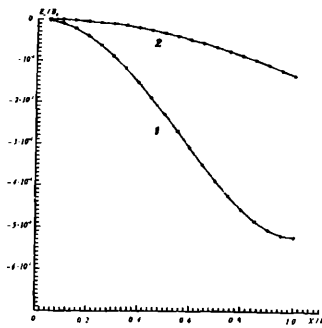


Рис. 4. Распределение электрического поля для максимумов толщины пограничного слоя:
1. Случай эрозии; 2. Случай укрепления границы магнитосферы

Рис. 2–4 иллюстрируют характер изменения толщины магнитного пограничного слоя и распределений магнитного и электрических полей для типичного набора параметров солнечного ветра и магнитосферы.

В заключении, следует отметить, что использованный метод последовательных приближений оказался вполне корректным для нашей задачи, т.е. второе приближение вносит лишь малую поправку в распределении магнитного поля в пограничном слое (рис. 3).

Литература

1. М.И. Пудовкин, В.С. Семёнов. Теория пересоединения и взаимодействие солнечного ветра с магнитосферой Земли. М., Наука, 1985, 125 с.
2. В.А. Липеровский, М.И. Пудовкин. Аномальное сопротивление и двойные слои в магнитосферной плазме. М., Наука, 1983, 179 с.
3. T. Yeh, W.I. Axford. On the re-connection of magnetic field lines in conducting fluids., J. of Plasma Physics, 1970, v. 4, №2, pp. 207-229.
4. С.И. Сыроватский. Ключевые вопросы теории вспышек. Изв. АН СССР, С. Физ., 1979, т. 43, №4, с. 695-707.
5. А.К. Юхимук. Плазменные явления в геофизике. Киев, Наукова Думка, 1982, 162 с.
6. Е.М. Добрышман. Приближённое решение некоторых нестационарных задач пограничного слоя. ПММ, т. XX, 1956, с. 408-410.
7. З.А. Кереселидзе. МГД эффекты конечной электрической проводимости солнечного ветра вблизи магнитосферы Земли. Тбилиси, из-во ТГУ, 1986, 122 с.
8. С. И Вайнштейн. Магнитная гидродинамика космической плазмы и токовые слои. М., Наука, 1985, 191 с.

პლაზმის ცვლადი ელექტრული გამტარებლობის მოდელი მაგნიტოსფეროს დღის მხარის საზღვარზე.

გ. ვანიშვილი, ი. გაბისონია, ზ. კერესელიძე

რეზიუმე

არასტაციონარული მაგნიტური სასაზღვრო ფენის მიახლოებაში ცვლადი ელექტრული გამტარებლობის მქონე პლაზმით გარსდენადი მაგნიტოსფეროს დღის მხარის შუბლა არის მააპროქსიმირებული ბრტყელი დენიანი ფენის მახლობლად მიღებულია მსხვილმასშტაბოვანი ელექტრული და მაგნიტური ველების განაწილების სურათი.

Plasma model with variable conductivity on the boundary of day-side magnetosphere

G. Vanishvili, I. Gabisonia, Z. Kereselidze

Abstract

The picture of the distribution of large-scale electric and magnetic fields in plasma with variable conductivity which is strime-lined the flat current layer simulated the forehead region of day-side magnetosphere is obtained in nonstationary boundary layer approximation.