



## ნიადაგის დაბინძურების დროში ცვლილების დიფუზიური მოდელი

ჩხიტუნძიე მ., მათიაშვილი ს., კერესელიძე ზ.

ივანე ჯავახიშვილის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის მიხეილ ნოდიას გეოფიზიკის ინსტიტუტი

**ანოტაცია:** გარემოს დაბინძურება მავნე სამრეწველო ნარჩენებით წარმოადგენს გლობალურ პრობლემას. ჯანდაცვის მსოფლიო ორგანიზაციის მონაცემების თანახმად, ადამიანის მდგომარეობის განმსაზღვრელ ფაქტორებში 20% წვლილი უჭირავს გარემოს ეკოლოგიურ მდგომარეობას. ეს ფაქტორი პირდაპირ ან ირიბად არის მიჩნეული სხვადასხვა დაავადებების მაპროვოცირებელ მიზეზად. განვითარებული მრეწველობის ეპოქაში განსაკუთრებით სახიფათო აღმოჩნდა გარემოს რადიოაქტიური ელემენტებითა და მძიმე მეტალებით დაბინძურება, რაც მჭიდროდ ურბანიზირებულ ადგილებში საგრძნობი სოციალური პრობლემების მიზეზი გახდა. ამას მოწმობს მაგალითად, ონკოლოგიური დაავადებების განსაკუთრებული მასშტაბი და გახშირებული გენეტიკური მუტაციები.

**საკვანძო სიტყვები:** ნიადაგის დაბინძურება, დიფუზიური მოდელი

ტექნოგენური წარმოშობის დამაბინძურებელი აგენტის განფენა დედამიწის ზედაპირზე შეიძლება მოხდეს როგორც ჰაერიდან, ასევე მყარი ნარჩენების უსისტემოდ დაყრის გამო. ამ თვალსაზრისით ჩერნობილის ავარიის შემდეგ, მაგალითად, რადიაციული დაბინძურების ზღვრულად დასაშვები ნორმები საკმარისად გამკაცრდა ([chornobyl.in.ua/dopustimie-urovni-soderzaniya-137cs-90sr.html](http://chornobyl.in.ua/dopustimie-urovni-soderzaniya-137cs-90sr.html);/ [www.zerno.org.ua/articles/quality/](http://www.zerno.org.ua/articles/quality/)).

უახლოეს წარსულში რადიაციული დაბინძურება ხშირად ხდებოდა ინდუსტრიული ზონების განსაკუთრებით მჭიდროდ ურბანიზირებულ ადგილებში. საქართველოში განსაკუთრებით ინდუსტრიალიზირებული იყო ქალაქ რუსთავის ზონა. მაგალითად, ამჟამად ქალაქის ცენტრში მდებარე პარკის ტერიტორიაზე წლების განმავლობაში იყრებოდა რუსთავის მეტალურგიულ კომბინატში გამომუშავებული წიდა. ცნობილია, რომ ამ ნარჩენში, მძიმე მეტალებთან ერთად, ხშირად ზენორმატიული კონცენტრაციით გვხვდება რადიოაქტიური ელემენტები ([www.zgia.zp.ua/gazeta/METALURG\\_22\\_26.pdf/](http://www.zgia.zp.ua/gazeta/METALURG_22_26.pdf/)). ამ თვალსაზრისით, ახლახანს ჩატარებული ლაბორატორიული ანალიზის თანახმად, დღეისათვის რუსთავის ტერიტორიის შემოწმებული ნაწილის რადიაციული დაბინძურების დონე Cs-137, Sr-90 და K-40 რადიოაქტიური ელემენტებით საგანგაშო არ არის. თუმცა, რადიაციული ვითარების რეტროსპექტიული სურათის საიმედოდ წარმოდგენა მოითხოვს ნიადაგის დაბინძურების დონის ცვლილების დროში და სივრცეში შეფასებას. ამისათვის კი საჭიროა ვიცოდეთ დაბინძურების წყაროს სიმძლავრე და მისი მოქმედების ხანგრძლივობა. ბუნებრივია, რომ გარემოს დაბინძურება ვითარდება როგორც სივრცეში, ასევე დროში. კერძოდ, დაბინძურება

მაქსიმალური უნდა იყოს წყაროს სიახლოვეს, ხოლო მანძილის ზრდასთან ერთად მისი ინტენსივობა უნდა იკლებდეს. ამ თვალსაზრისით მნიშვნელოვანია, ერთჯერადი, პერიოდული თუ უწყვეტი ხასიათისაა დაბინძურების წყაროს მოქმედება. გარდა ამისა, გასათვალისწინებელია, რომ ნიადაგში მავნე ქიმიურ-რადიაციული ელემენტების გავრცელება, მათი საწყისი კონცენტრაციის გარდა, დამოკიდებულია აგრეთვე ორ მუდმივად მომქმედ ფაქტორზე: მეტეოროლოგიურ პროცესებზე და ნიადაგის ფიზიკა-ქიმიურ მახასიათებლებზე. თითოეული მათგანი, თავის მხრივ, განისაზღვრება მრავალი პარამეტრით. ამიტომ, ნიადაგში დაბინძურების გავრცელების პროცესის ადექვატური მათემატიკური ანალიზის შექმნა წარმოადგენს განსაკუთრებული სირთულის ამოცანას. მისი ზუსტი ანალიზური ამოხსნა შეუძლებელია, თუმცა არსებობს მიახლოებითი ამონახსნები, რომელთა საფუძველზე შესაძლებელი ხდება დაბინძურების დინამიკური სურათის კორექტული მოდელირება. სწორედ ასეთ შესაძლებლობას იძლევა კლასიკური დიფუზიის განტოლების ამონახსნი, რომლის გამოყენებით შესაძლებელია დაბინძურების დონის ცვლილების თვისობრივ-რაოდენობრივი ანალიზი. დიფუზიური პროცესი გარკვეული ლოკალური სიჩქარით ახდენს დაბინძურების ეფექტის ნიველირებას, ანუ უზრუნველყოფს დროთა განმავლობაში ნიადაგის მახასიათებელ ფონურ ქიმიურ შემადგენლობასთან მიახლოებას.

არასტაციონარული დიფუზიის განტოლება ფორმით თანხვედება სითბოგამტარობის განტოლებას [1]. როგორც ტემპერატურის, ასევე მასის, გადაცემა თერმოდინამიკის თვალსაზრისით მიეკუთვნება გადატანის პროცესს, რომლის სისწრაფეს აკონტროლებს შესაბამისი პარამეტრი: სითბოგამტარობის ( ტემპერატურა გამტარებლობის) კოეფიციენტი და დიფუზიის კოეფიციენტი. დიფუზიის პროცესის სიჩქარეს განსაზღვრავს საწყისი კონცენტრაცია და ფონური სიდიდე, ანუ დიფუნდირებადი ელემენტის გრადიენტი. სითბოგადაცემის განტოლების ამონახსნის მსგავსად, რომელიც განსაზღვრავს ტემპერატურულ ველს, დიფუზიის განტოლების არასტაციონარული ამონახსნიც, კონკრეტული საწყისი და სასაზღვრო პირობებისათვის, იძლევა კონცენტრაციის არაერთგვაროვანი ცვლილების სურათს. ასეთი ამონახსნის ასიმპტოტიკური ანალიზი და მისი გრაფიკული წარმოდგენა ზოგ შემთხვევაში განსაკუთრებით ღირებული შეიძლება იყოს პრაქტიკული თვალსაზრისით. კერძოდ, ეს შეეხება ისეთ შემთხვევებს, როცა ზუსტად ცნობილი არ არის დამაბინძურებელი აგენტის გავრცელების ზუსტი საწყისი მომენტი და მისი კონცენტრაცია. სწორედ მსგავს ვითარებას აქვს ადგილი ზემოთ ნახსენებ რუსთავის ცენტრალურ პარკში. თუმცა იმისათვის, რომ ანალიზური ამონახსნის საფუძველზე გაკეთდეს პრაქტიკულად ღირებული თვისობრივ-რაოდენობრივი შეფასება, ხშირ შემთხვევაში აუცილებელია ფიზიკური თვალსაზრისით კორექტული გამამარტივებელი დაშვებების გამოყენება. მაგალითად, ზოგადად სამართლიანია, რომ ნიადაგში ქიმიური დაბინძურების მიგრაციის პროცესს მნიშვნელოვნად განაპირობებს გრუნტის წყლების ნელი მოძრაობა, ე.წ. ფილტრაცია, რომელზედაც გარკვეული გავლენა აქვს ატმოსფერულ ნალექებს. გარდა ამისა, ატმოსფეროს დაბინძურებისაგან განსხვავებით, ნიადაგში დიფუზიის პროცესზე მნიშვნელოვან გავლენას ახდენს დედამიწის ზედაპირის ოროგრაფია, ნიადაგის აგროქიმიური გვარობა და მისი მაგნიტური თვისებები. მიუხედავად ასეთი მრავალფეროვნებისა, ზოგ შემთხვევაში დასაშვებია, რომ ზოგიერთი ამ ფაქტორთაგანი ერთნაირად ქმედითი არ იყოს. მაგალითად, მარტივი ოროგრაფიისა და დაბალი ნალექიანობის პირობებში, ნიადაგის ზედაპირული

დაბინძურების დროში და სივრცეში გავრცელების მოდელირებისას დასაშვებია ზედაპირული წყლების კონვექციური დინების ეფექტის, უგულვებელყოფა. ასეთი დაშვებები აყალიბებენ არაერთგვაროვანი მასის (კონცენტრაციის) მიგრაციის პროცესის ხელოვნურად დეტერმინირებულ საწყის და სასაზღვრო პირობებს. გარდა ამისა, რელიეფის ხასიათიდან გამომდინარე, შესაძლებელია აგრეთვე არასტაციონარული დიფუზიის განტოლების გამოყენება. მაგალითად, ოროგრაფიულად მარტივი ზედაპირის შემთხვევაში ფიზიკურად დასაშვებია აზიმუტალური სიმეტრიის მიახლოება

$$\frac{\partial K}{\partial t} = D \left( \frac{\partial^2 K}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial K}{\partial r} \right), \quad t > 0 \quad (1)$$

სადაც  $k$  - კონცენტრაციაა,  $D$  - დიფუზიის კოეფიციენტი,  $t$  - დრო,  $r$  - რადიალური კოორდინატა.

(1) დიფუზიის განტოლების ზოგადი ამონახსნი წარმოადგენს ფურიე-კომპონენტების უსასრულო მწკრივს [1]

$$K(r,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{2}{R} \int_0^R r \varphi(r) \sin \frac{n\pi r}{R} dr \right\} \frac{1}{r} \sin \frac{n\pi r}{R} e^{-\left(\frac{n\pi}{R}\right)^2 D t}, \quad (2)$$

კონკრეტული ამონახსნის სახე, სასაზღვრო პირობის გარდა, დამოკიდებული იქნება  $\varphi(r)$ - ფუნქციაზე, რომელიც განსაზღვრავს საწყის პირობას, ანუ ქიმიური ელემენტის კონცენტრაციას დროის საწყის მომენტში:

$K|_{t=0} = \varphi(r)$ ,  $0 \leq r \leq R$ . სადაც  $R$  - დაბინძურებული ფართის მახასიათებელი ზომაა. აშკარაა, რომ ანალიზური ამონახსნის სახე დამოკიდებულია  $\varphi(r)$  პარამეტრზე. კერძოდ, შეგვიძლია განვიხილოთ ორი მოდელი

[www.ru.solverbook.com/spravochnik/uravneniya-po-fizike/uravneniya-matematicheskoi-fiziki/](http://www.ru.solverbook.com/spravochnik/uravneniya-po-fizike/uravneniya-matematicheskoi-fiziki/)

$$1) \quad \varphi(r) = K_0 = const; \quad 2) \quad \varphi(r) = K_0 \delta(r), \quad \delta(r)|_{r=0} = 0, \quad \delta(r)|_{r=R} = \infty, \quad (3)$$

სადაც  $\delta$  წარმოადგენს დირაკის დელტა ფუნქციას,  $K_0$  - საწყისი კონცენტრაცია.

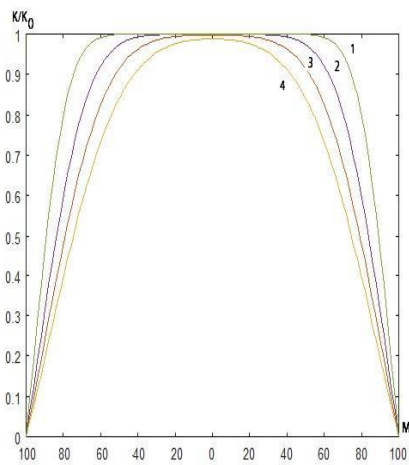
პირველ შემთხვევაში ქიმიური დაბინძურების საწყისი კონცენტრაციის წრიული განაწილება მუდმივი იქნება. მეორე შემთხვევაში საწყის მომენტში გვექნება წერტილოვანი დაბინძურება.

თუ ჩავთვლით, რომ საზღვარზე ქიმიური დაბინძურება არ გვაქვს, საწყისი დაბინძურების ორივე მოდელისათვის გვექნება ნორმირებული ფონური მნიშვნელობის შესაფერისი სასაზღვრო პირობა:  $K(R,t)=0$ . ზოგადად, (3)-ის ორივე ვარიანტი შესაფერისია დედამიწის ზედაპირზე და ნიადაგში ქიმიური დაბინძურების დინამიკური ცვლილების მოდელირებისათვის.

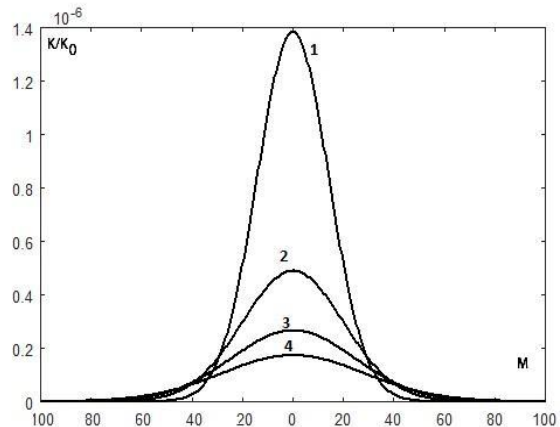
თეორიულად ცნობილია, რომ უსასრულოდ კრებადი ჯამით (2) წარმოდგენილი დიფუზიის განტოლების ამონახსნი პრაქტიკულად სრული ხდება, როცა  $n \geq 40$ . ამ ამონახსნის დროში მიღევას განსაზღვრავს წევრი:

$e^{-\left(\frac{n\pi}{R}\right)^2 D t}$ , რომლის ხარისხის მაჩვენებელი დამოკიდებულია რამდენიმე მახასიათებელზე. ცხადია, რომ მრავალპარამეტრიანი დამოკიდებულება ზოგადად ართულებს (2) გამოსახულებით წარმოდგენილ მოდელურ სურათს. თუმცა, ცნობილია, რომ დიფუზიური ტიპის არასტაციონარული განტოლების ზოგადი ამონახსნით მოდელირებული სიდიდის განაწილება მეტ-ნაკლებად ერთგვაროვანი (გაჯე-

რებული) ხდება, როცა განუზომელი პარამეტრი:  $T = \left(\frac{n\pi}{R}\right)^2 Dt \geq 0.4$  [2]. ფურიე-კომპონენტებით წარმოდგენილი დიფუზიის განტოლების ამონახსნების სწორედ ეს ზოგადი თვისება შეიძლება სასარგებლო აღმოჩნდეს რუსთავის ცენტრალური პარკის ტერიტორიის დაბინძურების დინამიკური სურათის მიახლოებითი რეტროსპექტიული რეკონსტრუქციისათვის. სურ. 2,3 ზოგადად წარმოადგენენ (2) ამონახსნის თვისობრივ-რაოდენობრივ ვიზუალიზაციას (3) პირობის ორივე ვარიანტისათვის. აშკარაა, რომ მიახლოებითი რეკონსტრუქციისათვის საკმარისია დროის გარკვეული შუალედით დაშორებული გაზომვის შედეგების ინტერპოლაცია მოცემული გრაფიკული წარმოდგენების, როგორც პალეტების, საშუალებით. ასეთ შემთხვევაში შესაძლებელი ხდება როგორც დაბინძურების საწყისი მომენტის სავარაუდო თარიღის დაზუსტება, ასევე მომავალში ნიადაგის ზედაპირული დაბინძურების მახასიათებელ ფონურ მნიშვნელობამდე ნიველირების მომენტის პროგნოზი. ამ სურათებზე გრაფიკები 1 შეესაბამება განუზომელი პარამეტრის მნიშვნელობას  $T=0.1$ , ხოლო შემდგომი გრაფიკები განსხვავდება ბიჯით 0,1.



ნახ.1

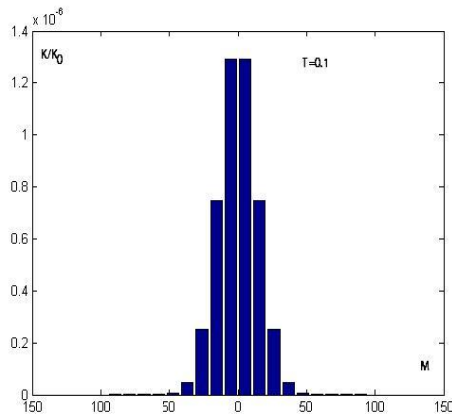


ნახ.2

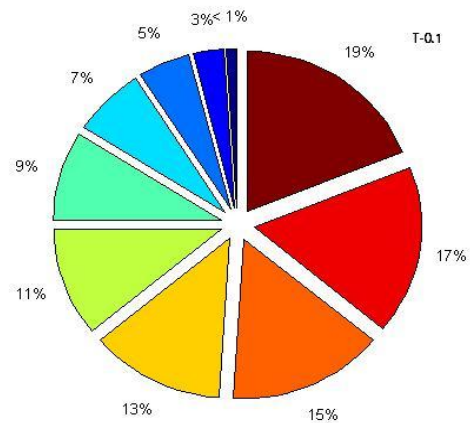
ნახ.1 შეესაბამება (3) პირობის პირველ ვარიანტს, რომელიც წარმოადგენს საწყისი დაბინძურების ერთგვაროვანი განაწილების კერძო შემთხვევას. ამ შემთხვევაში დაბინძურების დონე დროთა განმავლობაში მდორედ იცვლება. ნახ.2 შეესაბამება (3)-ის მე-2 მოდელს, ანუ იდეალიზირებულ შემთხვევას, ანუ წერტილოვან დაბინძურებას. ამ დროს რაოდენობრივი განსხვავება 1 და მე-4 მრუდების მაქსიმუმებს შორის დაახლოებით ერთი რიგის ტოლია. აშკარაა, რომ პირობა (3) არაცხადად გულისხმობს დიფუზიას დედამიწის ზედაპირიდან სიღრმისაკენ. მაგალითად, ნახ.2-ის მიხედვით,  $T=0.4$  შემთხვევაში, დამაბინძურებელი ელემენტის დიფუზია უკვე აღწევს მაპროქსიმირებელი წრის საზღვარს, რაც ეთანხმება (2) ამონახსნის ზოგად თვისებას გაჯერებასთან დაკავშირებით, როცა  $T \geq 0.4$ .

ანალიზის სისრულისათვის ნახ.3-ზე მოცემულია ნახ.2-ის პირველი გრაფიკის ჰისტოგრამა ( $n=20$ ), ხოლო ნახ.4-ზე - შესაბამისი პროცენტული გამლა.უნდა ავღნიშნოთ, რომ იკვეთება თვისობრივი ინფორმაცია  $T$  განუზომელი პარამეტრის ფიზიკურ დანიშნულებასთან დაკავშირებით, რადგანაც აშკარა ხდება დიფუზიის კოეფიციენტის ეფექტი დროს-

თან კომბინაციაში. დაბინძურების დონეების ფარდობის აპროქსიმაცია მოყვანილი გრაფიკული ვიზუალიზაციის საშუალებით უხეშად, თუმცა საკმაოდ კორექტულად, იძლევა საშუალებას განისაზღვროს დაბინძურების ინტენსივობის დროსა და სივრცეში კლების რაოდენობრივი მახასიათებელი.



ნახ.3



ნახ.4

### ლიტერატურა

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической Физики. 1999 г. 799с.
2. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел ,М. Наука. 1964.-488с.

## DIFFUSIONAL MODEL OF CHANGE OF POLLUTION OF THE SOIL IN TIME

**Chkhitunidze M., Matiashvili S., Kereselidze Z.**

**Summary:** In the course of the solution of multidimensional task, as a rule, some simplified assumptions are necessary, in particular, in regard to the problems connected with chemical pollution.

Although, corrective prerequisites allow the general problem of chemical pollution migration to be divided into simpler task, solution of which is accepted on the basis of mathematical model, was used for a definite purpose.

It is known that the distribution of the physical size determined by the common decision of diffusive type of the non-standard equation becomes less uniform when **non dimension parameter is equal to:**

$$T = \left(\frac{n\pi}{R}\right)^2 Dt \geq 0.4 [2].$$

Solution (2), can be useful for rough retrospective reconstruction of the image of pollution.