ზ. ხვედელიძე, თ. დავითაშვილი, ი.სამხარაძე
ჰიდრომეტეოროლოგიის ინსტიტუტი

უაკ 551

მთა-ხეობებში მიკროცირკულაციური პროცესების მათემატიკური მოდელირება ოროგრაფიული ფაქტორების გათვალისწინებით

აერო-ჰიდროდინამიკის ერთ-ერთ აქტუალურ საკითხს წარმოადგენს. ჰაერის ნაკადის დინების შესწავლა მცირე სიგანის არხში. ეს საკითხი უფრო საინტერესო ხდება იმ შემთხვევაში, როცა არხის ფსკერი წარმოდგენილია მთა-ბურცობული რელიეფის სახით. ასეთი პირობები რეალურად არსებობს მთა-ხეობებში, მდინარეთა კალაპოტებში, მცირე სიმაღლის ბურცობებიან ტერიტორიაზე ჰაერის მასათა გარსდენისას. საქართველოს ტერიტორიაზე მრავალ ადგილას არსებობს მსგავსი სიტუაციები, მათ შორის ბაქო-თბილის-ჯეიჰანის ნავთობ-მაგისტრალის გასწვრივ. აქედან გამომდინარე აღნიშნულ პრობლემას აქვ როგორც თეორიული, ასევე პრაქტიკული ღირებულება.

ამოცანა ისმის ასე: შესწავლილი იქნას აერო-ჰიდრო ნაკადების დინება ჰორიზონტისადმი მცირე α კუთხით დახრილ, მცირე b სიგანის არხში, სუსტი (V<10მ/წმ) ქარის დროს. განიხილება სტაციონალური დინება xoz სიბრტყეში სიმძიმის ძალის და ფსკერის რელიეფის გავლენის გათვალსიწინებით. კოორდინატთა სათავე მოთავსებულია მდინარის ან ხეობის ძირში, ox ღერძი მიმართულია ნაკადის გასწვრივ, ხოლო oz _ ვერტიკალურად ზევით. იგულისხმება რომ ნაკადის ინტენსიობა მცირე Δt დროში უცვლელია და ატმოსფერული წნევის მოქმედება მუდმივია. ამრიგად გვაქვს [1,2]:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0; \qquad (1)$$

ხოლო

$$P_x = g\sin\alpha; \qquad p_z = g\cos\alpha, \qquad (2)$$

სადაც p წნევაა, g _ სიმძიმის ძალის აჩქარებაა.

მითითებულ პირობებში ჰიდროდინამიკის განტოლებათა სისტემა ჩაიწერება შემდეგი სახით [1, 2, 3].

$$g\rho\sin\alpha + \mu\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\right) = 0 \qquad (3)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0; \qquad (4)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} + g\rho\cos\alpha = 0 \qquad (5)$$

(3)-(5) ინტეგრირდება შემდეგი სასაზღვრო პირობებით:

როცა z=0, V=0 , (6)

როცა z=h, $\frac{\partial V}{\partial z} = 0$, (7)

როცა z=h, $p = p_0$, (8)

სადაც ρ ჰაერის (სითხის) სიმკვრივეა, h _ თავისუფალი ზედაპირის სიმაღლე, μ _ სიბლანტის კინემატიკური კოეფიციენტი. ასეთი სახით დასმული ამოცანა ამოხსნილია [1, 2] და შესაბამისი მახასიათებელი სიდიდეები სიჩქარე, წნევა და გამავალი ნაკადის რაოდენობაQ Q განსაზღვრულია შემდეგი დამოკიდებულებით:

$$p = p_0 + g\rho(h - z)\cos\alpha, \qquad (9)$$

$$V = \frac{g\rho(2h - z)}{2\mu}\sin\alpha \;, \qquad (10)$$

$$Q = \frac{g\rho b h^3 \sin\alpha}{3\mu}, \qquad (11)$$

სადაც Q არის ნაკადის სიმძლავრე იმ შემთხვევაში, როცა არხის ქვედა ზედაპირი არის მცირე სიმაღლის (რამოდენიმე მეტრის რიგის) ბურცობული ღრმულებით დაფარული, მოძრაობს სტრუქტურის გამოსაკვლევად z კოორდინატი ნაცვლად შემოვიტანოთ ახალი კოორდინატი z' შემდეგი დამოკიდებულებით [3-6]:

$$z_1 = \frac{z - \xi(x, y)}{h - \xi(x, y)} h, \qquad (12)$$

სადაც ξ (x, y) არის არხის ფსკერის რელიეფის ფორმა. კოორდინატთა ახალ სისტემაში (3)-(5) განტოლებათა სისტემა (6)-(8) სასაზღვრო პირობებით მიიღებენ შემდეგ სახეს:

$$g\rho\sin\alpha + \mu\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + a^2\frac{\partial^2 V}{\partial {z_1}^2}\right) = 0 , \qquad (13)$$

==

$$\frac{\partial p}{\partial y}=0\ , \qquad (14)$$

$$a\frac{\partial p}{\partial z_1}+g\cos\alpha=0\ , \qquad (15)$$

როცა $z_1=\xi(x,y)$, მაშინ V=0 , (16)

როცა $z_1=h$, მაშინ $\frac{\partial V}{\partial z_1}=0$, (17)

$p=p_0$,

აქ $a=\frac{h}{h-\xi(x,y)}$ და ითვლება მუდმივად. რაც შეეხება (9) _ (11) ფორმულებს, ისინი a-ს გათვალისწინებით ასე გადაიწერებიან:

$$p=p_0+\frac{g\rho}{a}(h-z_1)\cos\alpha\ , \qquad (18)$$

$$V=\frac{\partial\rho z_1(2h-z_1)}{2a^2\mu}\sin\alpha, \qquad (19)$$

$$Q=\frac{\partial\rho bh^3}{3a^2\mu}\sin\alpha\ . \qquad (20)$$

(18) _ (20)-დან ჩანს, რომ ჰაერის ნაკადის სიჩქარე და სიმძლავრე ფსკერის რელიეფის მახასიათებელ სიდიდეზე დამოკიდებულია მისი კვადრატის უკუპროპორციულად. ამრიგად, არხში ფსკერის რელიეფის გავლენის გათვალისწინებამ შეამცირა როგორც ნაკადის სიჩქარე, ასევე ინტენსიობის რაოდენობა. აქედან გამომდინარე ჰაერის (სითხის) ნაკადში ადგილობრივი დაჭუჭყიანების წყარო (სხვადასხვა მინარევის ლაქა) ნელა გადაადგილდება და თვითგაწმენდის პერიოდი გაიზრდება.

ახლა განვიხილოთ ისეთი ჰაერ-ჰიდრო ნაკადი, რომელიც შეიცავს დაჭუჭყიანების წერტილოვან ან წრფივ წყაროებს და დინებისას ჰორიზონტალურ სიბრტყეში წარმოქმნის G ინტენსიობის გრიგალებს _ ცირკულაციურ დინებებს [1]. ვისარგებლოთ ჰიდროდინამიკის განტოლებათა სისტემით ლამბა _ გრომეკის ფორმით, რომელიც უშვებს სიჩქარისა და ძალის ველის პოტენციურობას ე.ი. [3]:

$$U=\frac{\partial\Phi}{\partial x};\quad V=\frac{\partial\Phi}{\partial y};\quad W=\frac{\partial\Phi}{\partial z}\ . \qquad (21)$$

ამიტომ განტოლებათა სისტემა ასე ჩაიწერება:

$$-qrad(\varphi+\Pi+E)=qrad\left(\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right), \qquad (22)$$

სადაც φ _ მასიური ძალების პოტენციალია, Ф _ სიჩქარეთა ველის პოტენციალი, E _ კინეტიკური ენერგია, $\Pi=\frac{P}{\rho}$ უკუმშვადი გარემოსათვის, ხოლო $\Pi=\frac{\chi-1}{\chi}\frac{P}{\rho}$ კუმშვად-ადიაბატური პირობებისათვის, $\chi=\frac{C_p}{C_v}$ C_p – კუთრისითბო-ტევადობა მუდმივი წნევის დროს, C_v _ კუთრისითბოტევადობა მუდმივი მოცულობისას. (22)-დან მიიღება ლაგრანჟის ინტეგრალი [1, 3]:

$$-(\varphi+\Pi+E)=\frac{\partial\Phi}{\partial t}+c(t)\ , \qquad (23)$$

სადაც c(t) _ მუდმივია და როცა იგი უდრის 0-ს (23) გადადის ეილერის ფორმულაში, რომელსაც ბაროტროპული გარემოსათვის აქვს სახე:

$$\rho\varphi+P+\frac{\rho V^2}{2}+\rho\frac{\partial\Phi}{\partial t}=0\ . \qquad (24)$$

იმის დაშვებით, რომ დინება სტაციონალური ($\Phi=const$) მცირე დროით ინტერვალზე ox ღერძის მიმართულება ემთხვევა "გრიგალს" ღერძს (φ =0) მაშინ (24) ასე გადაიწერება:

$$P-P_\infty=-\frac{\rho V^2}{2}\ , \qquad (25)$$

სადაც p_∞ შეესაბამება წნევის მნიშვნელობას წყაროდან შორ მანძილზე, სადაც V=0. როგორც თეორიიდან ცნობილია [1,4,5] დინების სიჩქარეები კლებულობენ წყაროდან დაშორების r სიდიდის უკუპროპორციულად. ე.ი.

$$V=\frac{Q}{2\pi r}\ , \qquad (26)$$

(26)-ის გათვალისწინებით (25) ასე გადაიწერება:

$$P - P_\infty = -\frac{\rho Q^2}{8\pi^2 r^2}, \qquad (27)$$

ე.ი. გრიგალური დინებისას წნევა კლებულობს ცენტრისკენ მანძილის კვადრატის უკუპროპორციულად. ამასთანავე რადგან $p < p_\infty$ ხდება ჰაერის (წყლის) ნაკადის შეწოვა ცენტრისკენ. ეს ფაქტიც აგრეთვე ხელს უწყობს დინების ნაკადში არსებულ დამჭუჭყიანებელი მინარევების გადატანა-გაფანტვის შესუსტებას.

საინტერესოა აღინიშნოს, რომ სწორედ ქარის "გრიგალური" სიჩქარის ასეთი თვისებით აიხსნება "ქარბორბალას" წარმოქმნა. ქარბორბალა გადაადგილებისას პერიფერიებიდან ცენტრისკენ იწოვს ჰაერის მასებს და თან მიაქვს სხვადასხვა საგნები. აშრობს წყალს მდინარეთა კალაპოტში, ამსხვრევს სახლებს და ხეებს. $p - p_\infty$ – სხვაობის აბსოლუტური მნიშვნელობის სწრაფად ზრდა განაპირობებს იმ გარემოებას, რომ ქარბორბალა ვრცელდება ვიწრო ზოლზე და საზღვრებზე ხელუხლებელს ტოვებს იმ საგნებს, რომელთა მსგავსს ცენტრში ანადგურებს.

როცა პროცესები ადიაბატურია და გარემო კუმშვადია, მაშინ მსგავსად (27)-სა ტემპერატურისათვის გვექნება

$$T - T_\infty = -\frac{(\chi - 1)}{\chi}\frac{1}{R}\frac{Q^2}{8\pi^2 r^2}, \qquad (28)$$

სადაც R _ გაზის უნივერსალური მუდმივაა. (28)-დან კარგად ჩანს, რომ გრიგალურ ნაკადებში ტემპერატურა ცენტრისკენ მცირდება, ეს უზრუნველყოფს იმას, რომ დინების გასწვრივ დაფიქსირებული იქნას "ცივი" და "ცხელი" უბნები. ასეთ უბნები მართლაც დაიკვირვება დიდი (ატომური ვულკანური) აფეთქებებისას და მოსალოდნელია შეიქმნას ნავთობ-გაზ სადენების გასწვრივ კატასტროფული სიტუაციების შემთხვევაშიც.

საინტერესოა ერთ-ერთი მთავარი აქტუალური პრობლემა, კერძოდ ჭარბი წნევის მნიშვნელობა მძლავრი (შედარებით ხანგრძლივი დროის პერიოდში) აფეთქების დროს. ზოგადობისათვის მივიღოთ, რომ აფეთქების ნაკადი ვრცელდება სფერულად (ცხადია, ნაკადის გავრცელება შეიძლება წყაროდან ცალკეულ სექტორებში, განსაკუთრებით გაბატონებული ქარის მიმართულების გათვალისწინებით). ასეთ შემთხვევაში ნაკადის სიჩქარე წყაროს Q _ სიმძლავრესთან დაკავშირებულია შემდეგი ფორმულით [1,5].

$$V = \frac{Q}{4\pi r^2}, \qquad (29)$$

აღვნიშნოთ, რომ ამ დროს მოძრაობა არასტაციონალურია, საწყის მომენტში სიჩქარე ყველგან ნულია, ხოლო Δt დროს შემდეგ სიჩქარე ხდება (29) გამოსახულებით მოცემული მნიშვნელობის ტოლი. ცხადია, რომ

$$\varphi = -\frac{Q}{4\pi r}, \qquad (30)$$

ლანგრაჟის ინტეგრალი კი მოგვცემს

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \Pi + \frac{V^2}{2} = \Pi_\infty. \qquad (31)$$

მცირე Δt დროისათვის (31)-დან მივიღებთ:

$$p - p_\infty = \rho\frac{Q}{4\pi\Delta t} - \frac{\rho Q^2}{32\pi^2 r^4}, \qquad (32)$$

Δt-დროში r ტოლია, ამიტომ (32)-ში მეორე წევრი მარჯვენა მხარეში შეიძლება სიმცირის გამო უგულველყოთ. ამრიგად გვრჩება

$$p - p_\infty = \frac{\rho Q}{4\pi\Delta t}\cdot\frac{1}{2}. \qquad (33)$$

მივიღეთ, რომ წნევა აფეთქების ცენტრის მიახლოებისას იზრდება მანძილის უკუპროპორციულად, ეს განსხვავებული დასკვნაა წინა შემთხვევისგან, რაც გამოწვეულია პროცესის არა სტაციონალობის გათვალისწინებით.

ლიტერატურა- REFERENCES – ЛИТЕРАТУРА

1. Фабрикант О. Н. "Аэродинамика". Изд. "Наука", 1964г. с. 815.
2. Берлянд М. "Современные проблемы атмосферной дифузии и загрязнения атмосферы", Л., гидрометеоздат, 1975, с. 449.
3. ხვედელიძე ზ. "დინამიკური მეტეოროლოგია" თსუ, გამომ. 2002წ, გვ. 535.
4. Шевченко М.В. Органические вещества природны и методы их управления. Киев: Наукова думка, 1966.
5. Davitashvili T., Samkharadze I. Mathematical Modeling of Georgian Territory Pollution With Account of «Hot Points» E1anlarged Sessions of I. Vekua Institute of Applied Mathematics. Vol. 20. 2005. № 3.
6. Белов Н.и др. "Численные методы прогноза почодве, Л., гидрометеоздат, 1989, с. 375.

უაკ. 6 32155027
მთა-ხეობებში მიკროცირკულაციური პროცესების მათემატიკური მოდელირება ოროგრაფიული ფაქტორების გათვალისწინებით./ზ. ხვედელიძე, თ. დავითაშვილი, ი.სამხარაძე /. ჰმი-ს შრომათა კრებული-2007.-ტ.114.-გვ.85-96.- ქართ.; რეზ. ქართ., ინგლ., რუს.
ჰიდროთერმოდინამიკური მეთოდების დახმარებით შეისწავლება სუსტი აერო-ჰიდრო დინებების თავისებურებები მცირე დახრილობის მქონე არხებში. ნაჩვენებია, რომ დინების სიჩქარე და სიმძლავრე უკუპროპორციულია არხის რელიეფის

მახასიათებელი სიდიდის კვადრატისა. გრიგალურ დინებათა შემთხვევაში ჰიდრო-აერო დინებათა წნევა მცირდება ცენტრიდან დაშორების მანძილის უკუპროპორციულად. შემოთავაზებული თეორია საშუალებას იძლევა განისაზღვროს დინებათა სიჩქარეები და დამაბინძურებელ ნივთიერებათა გავრცელება მდინარეთა და მთათა შორის ხეობებში.

UDC632155027
Mathematical Modelling of The Mountain-Pass Microcirculatory Processes Taking Into Account Orographic Factors./Khvedelize Z., Davitasvili T., Samkharaze I./. Transactions of the Georgian Institute of Hydrometeorology. -2007. - т.114. – p.. 85-96 - Georg.; Summ. Georg.; Eng.; Russ
In present report the peculiarities of the hydro-dynamical flows in a narrow canals with small slope bottom, at low velocities of the stream, have been studied. It has been shown that the velocity and power of the currents are inversely proportional to the square of the parameter characterized the special features of the canal’s bottom . In the existing vortex stream the pressure decreases inversely proportional to the distance from the center. The present theory gives possibility to determine the velocity of flows and spreading of pollutants in the rivers or intermountain plains.

УДК 632155027
Математическое Моделирование Горно- Ущелье Микроциркуляционных Процессов с Учетом Орографических Факторов./ Хведелидзе З.В., Давиташвили Т.П., Самхарадзе И.Н./. Сб.Трудов Института Гидрометеорологии Грузии.–2007.–т.114.–с.85-96.–Груз.; рез. Груз., Анг.,Русск.
С помощью гидродинамических методов изучены особенности гидровоздушных потоков в узких каналах с малым наклоном дна при слабых течениях. Показано, что скорость и мощность потока обратно пропорциональны квадрату величины, характеризующей рельеф дна канала. При вихревых течениях давление гидровоздушных потоков уменьшается обратно пропорционально квадрату расстояния от центра. Предложенная теория позволяет определять скорости потоков и распространения загрязняющих веществ в ущельях рек и равнин междугорья.